

Übung Elementarmathematik im Wintersemester 2019/20

3. Übungsblatt

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

1. Formen Sie die folgenden Ausdrücke derart um, dass keine negativen Exponenten mehr auftreten:

$$\text{a) } \left(\frac{s^{-4}x^2}{t^{-6}y^{-4}}\right)^2 : \left(\frac{x^{-1}y^{-2}}{t^4s^{-3}}\right)^3, \quad \text{b) } \left[\left(\frac{1}{5^{-3}}\right)^{-2}\right]^{-3}, \quad \text{c) } \left[\left(\frac{x^{-3}y^{-2}}{z^{-3}}\right)^4\right]^{-2}.$$

2. Vereinfachen Sie:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x+y}{z} \sqrt[3]{\frac{z^4 - z^3x}{x^2 + 2xy + y^2}}, \quad & \text{b) } \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a^4 - b^4}} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}, \quad & \text{c) } \frac{\sqrt[3]{a^4b} \cdot \sqrt[3]{a^2b^7} \cdot \sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[3]{a^2b^5}}, \\ \text{d) } \sqrt[3]{a^2\sqrt{a^4\sqrt{a^3}}}, \quad & \text{e) } \sqrt[4]{\sqrt[3]{x}} \cdot \sqrt{\sqrt[6]{x^2}} \cdot \sqrt[12]{x^7}, \quad & \text{f) } \sqrt{\frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a} \sqrt{\frac{a}{b}}}}. \end{aligned}$$

3. Formen Sie die folgenden Ausdrücke derart um, dass der Nenner rational wird.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2\sqrt{5} - \sqrt{3}}{3\sqrt{3} - \sqrt{5}}, \quad & \text{b) } \frac{4\sqrt{5} - \sqrt{30}}{\sqrt{12} + 5\sqrt{2}}, \quad & \text{c) } \frac{1}{2 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}, \\ \text{d) } \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}}, \quad & \text{e) } \frac{4 + 2\sqrt{10}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}, \quad & \text{f) } \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}. \end{aligned}$$

4. Formen Sie die Logarithmenausdrücke um bzw. bestimmen Sie x .

$$\text{a) } \log_k \sqrt[m]{k}, \quad \text{b) } \log_y y^{-n}, \quad \text{c) } \ln e^{-3}, \quad \text{d) } \log_x \frac{1}{u} = -1, \quad \text{e) } \log_4 x = \frac{1}{2}.$$

5. Fassen Sie mit Hilfe der Logarithmengesetze zusammen.

$$\text{a) } \log_a u + \log_a v - \log_a w, \quad \text{b) } x \ln u + y \ln v, \quad \text{c) } \frac{1}{3} \log_k a - \frac{1}{5} \log_k b + \frac{2}{3} \log_k c.$$

Wurzel-, Exponential- und Logarithmengleichungen

1. Lösen Sie folgende Gleichungen:

$$\text{a) } \sqrt{5x-4} = 1 + \sqrt{3x+1}, \quad \text{b) } \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = \frac{x+1}{\sqrt{x+2}},$$

$$\text{c) } \sqrt{x+2} - \sqrt{x+4} + \sqrt{x+3} = 0, \quad \text{d) } 4\sqrt[3]{6x-1} + 5 = 0,$$

$$\text{e) } e^{x^2-2\sqrt{x^2}} - e^{-1} = 0, \quad \text{f) } 10^{2x} - 101 \cdot 10^x + 100 = 0,$$

$$\text{g) } \ln(x^2 + 10x - 4) - \ln x - 1 = 0, \quad \text{h) } \frac{\ln(35 - x^3)}{\ln(5 - x)} = 3.$$

2. Lösen Sie die folgenden Formeln nach t auf:

$$\text{a) } Kq^t - \frac{q^t - 1}{q - 1} = 0, \quad \text{b) } Kt^n + (x - 2)t^{-n} - c^2 = 0.$$

3. Lösen Sie die biquadratischen Gleichungen:

$$\text{a) } x^4 - 5x^2 + 4 = 0, \quad \text{b) } 10x^4 - x^2 - 21 = 0.$$