

Vorlesung

„Inverse Probleme“

Vorlesender: Prof. Dr. Bernd Hofmann

Es ist ein natürlicher Wunsch des Menschen und vielfach auch eine Notwendigkeit, inverse Probleme zu lösen, d.h. nach Ursachen von Zuständen, Entwicklungen und Phänomenen zu forschen, die man in der Natur, in Wirtschaft und Gesellschaft oder im täglichen Leben beobachten kann. Gelingt es, aus den erlebten Wirkungen die dafür entscheidenden Ursachen zu identifizieren, so bestehen gute Aussichten, dass bisher unbekannte Zusammenhänge erkannt, notwendige Entscheidungen getroffen und zukünftige Entwicklungen vorhergesagt werden können.

Diese **Einführungsvorlesung** in den Themenkreis der inversen Probleme bietet allen Interessenten die Möglichkeit, die Formulierung inverser Aufgaben mit mathematischen Mitteln an überschaubaren Beispielen kennenzulernen. Darüber hinaus zeigt die Vorlesung, welche Werkzeuge die Mathematik bereithält, um inverse Probleme mathematisch einheitlich zu beschreiben, zu klassifizieren und zu analysieren sowie näherungsweise stabil zu lösen. Dabei spielen die Hilfsmittel der Funktionalanalysis eine entscheidende Rolle.

Inverse Probleme erweisen sich in der Regel als inkorrekt, d.h. ihre Lösungen, wenn solche denn existieren, sind nicht immer eindeutig bestimmt und hängen vor allen Dingen nicht stabil von den gegebenen Eingangsdaten ab. Der Untersuchung dieses sehr nachteiligen Phänomens der **Inkorrektheit** inverser Probleme und seiner Überwindung durch Nutzung von Regularisierungsmethoden ist ein Großteil der Vorlesung gewidmet. **Regularisierung** bedeutet ganz allgemein den Einsatz von objektiven oder subjektiven Zusatzinformationen über die gesuchten Vektoren und Funktionen sowie über den Vorgang der Datengewinnung bei der Konstruktion von Näherungslösungen.

Literaturhinweise

Die Gliederung der Vorlesung orientiert sich an dem vom Vorlesenden verfassten Lehrbuch [1], das als PDF ins Netz gestellt wird. Darüber hinaus wird die moderne Spezialliteratur zu linearen und nichtlinearen inversen Problemen in Auszügen in der Vorlesung dargestellt (siehe [5]). Reichhaltige Beispielsammlungen zu inversen Problemen findet man in den Lehrbüchern von C.W. Groetsch [2] und A. Rieder [3]. Für ein Studium der tiefergehenden mathematischen Theorie, insbesondere auch der Regularisierungstheorie, sind vorzugsweise die Bücher von H.W. Engl, M. Hanke, A. Neubauer [4] und die Monographien [6-7] zu empfehlen. Ein neuer Sammelband [8] zum ‘Chemnitz Symposium on Inverse Problems on Tour’ in Rio de Janeiro schließt die Liste ab.

Basisliteratur

1. HOFMANN, B.: **Mathematik inverser Probleme**. Stuttgart – Leipzig: Teubner 1999.

Empfohlene Literatur

2. GROETSCH, C.W.: *Inverse Problems in the Mathematical Sciences*. Vieweg, Braunschweig 1993.
3. RIEDER, A.: *Keine Probleme mit Inversen Problemen*. Vieweg, Braunschweig und Wiesbaden 2003.
4. ENGL, H.W.; HANKE, M.; NEUBAUER, A.: *Regularization of Inverse Problems*. Kluwer, Dordrecht 1996 und 2000 (Paperback).
5. SCHUSTER, T.; KALTENBACHER B.; HOFMANN, B.; KAZIMIERSKI, K.S: *Regularization Methods in Banach Spaces*. Walter de Gruyter, Berlin 2012.

Ergänzungsliteratur

6. SCHERZER, O. ET AL.: *Variational Methods in Imaging*. Springer, New York 2009.
7. ITO, K.; JIN, B.: *Inverse Problems - Tikhonov Theory and Algorithms*. World Scientific, Singapore 2014.
8. HOFMANN, B.; LEITAO, A.; ZUBELLI, J.P. (Eds.): *New Trends in Parameter Identification for Mathematical Models*. Birkhäuser, Springer International Publ., Reihe: Trends in Mathematics, Cham (Switzerland) 2018, ISBN 978-3-319-70823-2, ISBN 978-3-319-70824-9 (eBook).