Übung 8

Aufgabe 1: Sei G ein Graph mit n Ecken und q Kanten. Zeige, dass G zusammenhängend ist, falls $q > \begin{pmatrix} n-1 \\ 2 \end{pmatrix}$ gilt. Gibt es einen unzusammenhängenden Graphen mit $q = \begin{pmatrix} n-1 \\ 2 \end{pmatrix}$ Kanten?

Aufgabe 2: Zeige, dass eine Kante genau dann eine Brücke ist, wenn sie in keinem Kreis enthalten ist. Zeige ferner, dass ein Graph keine Brücke hat, falls alle Grade gerade sind.

Aufgabe 3: Angenommen, ein Graph $G = (E, K)$ mit $|K| \geq 3$ ohne isolierte Ecken hat keinen induzierten Untergraphen mit zwei Kanten. Zeige, dass $G = K_n$, $n \geq 3$, ist.

Aufgabe 4: Eine Ecken Menge A in einem Graphen G heißt *unabhängig*, falls keine zwei Ecken aus A durch eine Kante verbunden sind; $\alpha(G) := \max\{|A| : A \text{ unabhängig}\}$ heißt *Unabhängigkeitszahl* von G. Zeige

$$\alpha(G) \geq \frac{|E|}{\Delta + 1}$$

mit $\Delta = \max\{d(u) : u \in E\}$.