Übung 5

Aufgabe 1: Beweisen Sie die folgende Formel

$$x^n = \sum_{k=0}^{n} S_{n,k} x^{\underline{k}},$$

wobei $n \in \mathbb{N}$ und $x \in \mathbb{C}$.

Hinweis: Benutzen Sie die schon bewiesene Gleichheit $r^n = \sum_{k=0}^{r} S_{n,k} r^{\underline{k}}, \quad r, n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2:

1. Finden Sie eine Stammfunktion von x^2 und berechnen Sie daraus $\sum_{k=0}^{n} k^2$.

2. Beweisen Sie $\sum_{k=0}^{n} k^m = \sum_{k=0}^{m} \frac{S_{m,k}}{k+1} (n+1)n \dots (n-k+1)$.

Aufgabe 3: Ermitteln Sie die Newton-Darstellung von $f(x) = x^n$ und daraus die Formel

$$S_{n,k} = \frac{1}{k!} \sum_{i=0}^{k} (-1)^{k-i} \left(\begin{array}{c} k \\ i \end{array} \right) i^n.$$