Übung 11

Aufgabe 1: Sei ein Matroid $M = (S, U)$ gegeben, und $\mathfrak{B}$ die Familie der Basen. Zeige, dass $\mathfrak{B}$ folgende Bedingungen erfüllt:

(a) $A \neq B \in \mathfrak{B} \Longrightarrow A \not\subseteq B, B \not\subseteq A$,

(b) Sei $A \neq B \in \mathfrak{B}$, dann existiert zu jedem $x \in A$ ein $y \in B$ mit $(A \setminus \{x\}) \cup \{y\} \in \mathfrak{B}$.

Zeige umgekehrt, dass eine Mengenfamilie $\mathfrak{B}$, welche die Bedingungen (a) und (b) erfüllt, die Familie von Basen eines Matroides bildet.

Aufgabe 2: Gegeben K_n auf $\{1, \ldots, n\}$ mit der Kostenfunktion $w(ij) = i + j$. Konstruiere mithilfe des Greedy-Algorithmus' einen aufspannenden Baum T. Was ist T und $w(T)$?

Aufgabe 3: Wenn ein Graph $G = (E, K)$ einen Kreis der Länge $n = |E|$ enthält, dann heißt G *Hamiltonsch*. Zeige, dass der Dodekaedergraph Hamiltonsch ist.

Aufgabe 4: Beweise: Sei $G = (E, K)$ Hamiltonsch und $A \subseteq E$, $A \neq \emptyset$. Dann hat $G \setminus A$ höchstens $|A|$ Komponenten.

Aufgabe 5: Zeige, dass alle Hyperwürfel Q_n, $n \geq 2$, Hamiltonsch sind.