Übung 1

Aufgabe 1: Zeige $\left(\begin{array}{c} n+1 \\ k+1 \end{array} \right) = \sum_{m=0}^{n} \left(\begin{array}{c} m \\ k \end{array} \right)$ mit Hilfe der Summenregel.

Aufgabe 2: Beweise die folgenden Identitäten:

(a) $\left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} n \\ n-k \end{array} \right)$;

(b) $\left(\begin{array}{c} k+n+1 \\ n \end{array} \right) = \sum_{m=0}^{n} \left(\begin{array}{c} m+k \\ m \end{array} \right)$;

(c) $\sum_{k=0}^{n} \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right) = 2^n$. .

Hinweis für (c): Wenden Sie die Summenregel an.

Aufgabe 3: Beweise die Vandermonde-Identität mittels Produkregel:

$$\left(\begin{array}{c} a+b \\ n \end{array} \right) = \sum_{k=0}^{n} \left(\begin{array}{c} a \\ k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} b \\ n-k \end{array} \right).$$

Aufgabe 4: Zeige mit Hilfe der Regel vom zweifachen Abzählen, dass

$$\left(\begin{array}{c} n \\ l \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} n-l \\ k-l \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} k \\ l \end{array} \right),$$

wobei $0 \leq l \leq k \leq n$.