Minkonvexe Faktoren fixer Kantenzahl

Der Vortrag „Minkonvexe Faktoren vorgeschriebener Kantenzahl" behandelt diskrete Optimierungsprobleme auf der Knotenmenge von Graphen G auf folgende Weise. Eine Funktion $l : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{R}$ von den nichtnegativen Zahlen auf die reellen Zahlen heißt *diskrete konvexe Funktion*, wenn für alle $i \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$2l(i+1) \leq l(i) + l(i+2).$$

Wir betrachten den Graphen $G = (V, E)$. Bezeichne $H = (V, F)$ mit $F \subseteq E$ einen Teilgraphen von G und $d_H : V \to \mathbb{N}_0$ seine Knotengradfunktion. Wir wollen einen Teilgraphen $H = (V, F)$ mit $|F| = k$ bestimmen, für den

$$l(H) := \sum_{v \in V} l(d_H(v))$$

minimiert wird. Formal ergibt sich das Problem

$$Minkonvex(G, k) = \Big\{ H = (V, F) | \sum_{v \in V} d_H(v) = 2k \text{ und } l(H) = min \Big\}.$$

Eine grobe Skizze eines polynomiellen Algorithmus der Komplexität $O(|V|^{5,5})$ für den Spezialfall $l(n) := n^2$ wurde in der Arbeit „Minsquare Faktors and Maxfix Covers of Graphs " von Appolonio und Sebö (2002) angegeben. Wir reduzieren das Problem auf ein klassisches Problem der Graphentheorie, nämlich auf die Suche nach einem maximal gewichteten f-Faktor. Damit ergibt sich ein Algorithmus der Komplexität $O(|E|^2 log(|V|))$ für alle diskreten konvexen Funktionen l. Da für die Kantenmenge $|E| \in O(|V|^2)$ gilt, erreichen wir eine deutliche Verbesserung der Komplexität.