Technische Universität Chemnitz
Prof. Dr. C. Helmberg, A. Lau

Chemnitz, 7.12.2009

Optimierung für Nichtmathematiker

Übung 8

1. Berechnen Sie die Gradienten $\nabla f_i(x)$ und die Hessematrizen $\nabla^2 f_i(x)$ der folgenden Funktionen
   - $f_1(x) = 100(x_2 - x_i^2)^2 + (1 - x_1)^2, x \in \mathbb{R}^2$
   - $f_2(x) = x^T Qx + b^T x,\ Q^T = Q \in \mathbb{R}^{n\times n}, b \in \mathbb{R}^n, x \in \mathbb{R}^n$ (Rosenbrockfunktion)

2. Zeichen Sie mit dem Matlab-Programm `quadplot(A,b,x,y)` ($A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, $b \in \mathbb{R}^2$, x, y auszuwertende Gitterpunkte (z. B. `x=[-5:0.1:5]`,`y=[-5:0.1:5]`) quadratische Funktionen $f(x)$ mit $f(x) = x^T Ax + b^T x$ und untersuchen Sie u. a. die Wirkung positiv definiter, negativ definiter und indefiniter Matrizen A.

3. Wiederholen Sie die Begriffe lineares und quadratisches Modell im Punkt $\bar{x}$ einer Funktion $f(x)$.

4. Erzeugen Sie mit Matlab ein Programm, welches für einen beliebigen Punkt $x \in [-1, 2] \times [-0.5, 3]$ die Rosenbrockfunktion zeichnet sowie das zugehörige lineare und quadratische Modell in diesem Punkt.

5. Wiederholen Sie die Funktionsweise des Newtonverfahrens zum Finden von Nullstellen einer Funktion bzw. zum Finden von Punkten mit Gradient gleich null ($\nabla f(x) = 0$).

   Wir untersuchen die Funktion $f(x) = \cos(x)$.
   - Was passiert, wenn man bei Benutzung des Newtonverfahrens aus der Vorlesung einen Startpunkt nahe null wählt?
   - Gibt es Startpunkte, für die das Verfahren divergiert oder alterniert? Untersuchen Sie etwaige Punkte mit Matlab. Was stellen Sie fest?

6. Wiederholung Line-Search.