Technische Universität Chemnitz
Frank Fischer
http://www.tu-chemnitz.de/mathematik/discrete/lehre/graph/w08

Chemnitz, 9. Januar 2009

Graphentheorie
Übung 9

1. Sei $G = (V, E)$ ein planarer Graph mit Minimalgrad $\delta(G) \geq 3$. Zeigen Sie, dass G eine Fläche f und einen Knoten $v \in V(G[f])$, so dass $d(v) + |E(G[f])| \leq 8$ ($V(G[f])$ und $E(G[f])$ bezeichnen die Knoten bzw. die Kanten auf dem Rand von f).
   Hinweis: Discharging-Methode.

2. Sei $G = (V, E)$ ein dreiecksfreier Graph mit chromatischer Zahl $\chi(G)$. Sei G' der wie folgt konstruierte Graph:

   - $V(G') = V \dot\cup V' \dot\cup \{v_0\}$, wobei $V' = \{v' : v \in V\}$ für jeden Knoten $v \in V$ genau eine zusätzliche Kopie enthält,
   - $E(G') = E \dot\cup \{uv' : u \in V, v \in N(u)\} \dot\cup \{v'v_0 : v \in V\}$, d.h. die Kopie v' von v ist mit allen Nachbarn von v (in G) sowie mit v_0 verbunden.

   Zeigen Sie, dass $\chi(G') = \chi(G) + 1$.

3. Bestimmen Sie den chromatischen Index des Petersen-Graphen.