

Graphentheorie Übung 7

1. Sei G ein ebener Graph mit $|G| \geq 3$. Zeigen Sie, dass G genau dann maximal eben ist, wenn es ein ebener Dreiecksgraph ist.

(Bemerkungen:

- ein Graph G heißt *maximal eben*, wenn G eben ist aber $G \cup \{e\}$ für jede neue (ebene) Kante nicht eben ist.
- ein Graph G heißt *ebener Dreiecksgraph*, wenn jedes seiner Gebiete durch einen K_3 berandet ist.)

2. Sei G ein ebener Graph mit $n \geq 3$ Ecken. Zeigen Sie, dass G stets

$$\|G\| \leq 3 \cdot n - 6$$

Kanten hat. Zeigen Sie weiterhin, dass G genau dann $3 \cdot n - 6$ Kanten hat, wenn G ein ebener Dreiecksgraph ist.

3. Zeigen Sie, dass jeder ebene Graph die Vereinigung dreier Wälder ist.
4. Finden Sie für plättbare Graphen einen direkten Beweis für den Satz von Tutte über den Zyklusraum 3-zusammenhängender Graphen (Satz 2.2.3).