Technische Universität Chemnitz
Frank Fischer Chemnitz, 21. November 2008
http://www.tu-chemnitz.de/mathematik/discrete/lehre/graph/w08

Graphentheorie
Übung 4

1. Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph. Zeigen Sie, dass sein Block-Graph stets ein Baum ist.

2. Beweisen Sie die Kantenversion des Satzes von Menger:

   > Sei $G = (V, E)$ ein Graph und $A, B \subseteq V$. Es existieren genau dann k-kantendisjunkte $A - B$-Wege, wenn es keine Menge $X \subseteq E$ mit $|X| < k$ gibt, so dass $G - X$ keinen $A - B$-Weg enthält (d. h. A und B sind nicht durch weniger als k Kanten trennbar).

   (Tipp: Betrachte den *Kantengraph* $L = L(G)$ von G mit

   $$\begin{aligned} V(L) &:= E, \\ E(L) &:= \{\{e, f\} \colon e, f \in E, e \cap f \neq \emptyset\}, \end{aligned}$$

   und benutze den Satz von Menger.)

3. Zeigen Sie, dass für jede Kante e eines 2-zusammenhängenden Graphen $G \neq K_3$ mindestens einer der Graphen $G - e$ und G/e wiederum 2-zusammenhängend ist. Leiten Sie daraus eine konstruktive Charakterisierung der 2-zusammenhängenden Graphen analog zu Satz 2.2.2 ab.

4. Zeigen Sie, dass für einen 3-zusammenhängenden Graphen G und eine Kante $xy \in E(G)$ genau dann G/xy wieder 3-zusammenhängend ist, wenn $G - \{x, y\}$ 2-zusammenhängend ist.