Technische Universität Chemnitz
Frank Fischer
http://www.tu-chemnitz.de/mathematik/discrete/lehre/graph/w08

Chemnitz, 7. November 2008

Graphentheorie
Übung 3

Aufgabe 2.4 Zeigen Sie: Ein Graph $G = (V, E)$ ist genau dann bipartit, wenn alle *induzierten* Kreise gerade Länge haben.

Aufgabe 2.5 Es sei T ein Baum und $\mathcal{T}$ eine Menge von Teilbäumen von T, so dass gilt

$$\forall\, T_1, T_2 \in \mathcal{T}\colon\, T_1 \cap T_2 \neq (\emptyset, \emptyset).$$

Zeigen Sie, dass dann auch

$$\bigcap_{S \in \mathcal{T}} S \neq (\emptyset, \emptyset).$$

Gilt dies auch, falls T kein Baum ist?

1. Zeigen Sie, dass die Minorenrelation auf jeder Menge paarweiser nicht isomorpher Graphen eine Ordnungsrelation definiert. Gilt dies auch für unendliche Graphen?
2. Finde einen möglichst effizienten Algorithmus, der in bipartiten Graphen eine Paarung größter Mächtigkeit findet.
3. Beweise den Heiratssatz mit dem Satz von König.
4. Sei X eine Menge mit $|X| = n \cdot m$ und seien

$$A_1 \dot\cup \ldots \dot\cup A_m = X, |A_i| = n, i = 1, \ldots, m$$

und

$$B_1 \dot\cup \ldots \dot\cup B_m = X, |B_i| = n, i = 1, \ldots, m$$

zwei Partitionen von X, wobei alle Mengen die gleiche Größe haben. Zeigen Sie, dass dann beide ein gemeinsames Repräsentantensystem besitzen, d. h.

$$\exists\, R \subset X, |R| = m, \text{ so dass } \forall\, i\colon\, R \cap A_i \neq \emptyset, \forall\, i\colon\, R \cap B_i \neq \emptyset.$$

5. Finde eine Menge S für Satz 1.2.3, wenn G ein Wald ist.