Technische Universität Chemnitz
Frank Fischer
http://www.tu-chemnitz.de/mathematik/discrete/lehre/graph/w08

Chemnitz, 24. Oktober 2008

Graphentheorie
Übung 2

1. Aufgabe 3 aus Übung 1.

2. Seien $d \in \mathbb{N}$, $V = \{0,1\}^d$ und $E = \Big\{\{u,v\}\colon u,v \in V, \sum_{i=1}^{d} |u_i - v_i| = 1\Big\}$. Der Graph $Q_d = (V,E)$ heißt *n-dimensionaler Würfel*. Bestimmen Sie
   - Durchschnittsgrad $d(Q_d)$,
   - Kantenzahl $|E|$,
   - Durchmesser $diam(Q_d)$,
   - Taillenweite $g(Q_d) := \min\{l(C)\colon C \text{ Kreis in } Q_d\}$,
   - Umfang $\operatorname{circ}(Q_d) := \max\{l(C)\colon C \text{ Kreis in } Q_d\}$,
   - Zusammenhang $\kappa(Q_d) := \max\{k\colon Q_d \text{ ist } k\text{-zusammenhängend}\}$,
   - Zusammenhang $\lambda(Q_d) := \max\{k\colon Q_d \text{ ist } k\text{-kantenzusammenhängend}\}$.
     (ein Graph G heißt *k-kantenzusammenhängend*, falls es zwischen je zwei Knoten *k kantendisjunkte* Wege gibt.)

3. Zeigen Sie, dass für jeden Baum T gilt:

$$\Delta(T) \leq |\{u \in V(T)\colon u \text{ ist Blatt}\}|.$$

4. Zeigen Sie: Ein Graph $G = (V,E)$ ist genau dann bipartit, wenn alle *induzierten* Kreise gerade Länge haben.

5. Es sei T ein Baum und $\mathfrak{T}$ eine Menge von Teilbäumen von T, so dass gilt

$$\forall\, T_1, T_2 \in \mathfrak{T}\colon T_1 \cap T_2 \neq (\emptyset, \emptyset).$$

   Zeigen Sie, dass dann auch

$$\bigcap_{S \in \mathfrak{T}} S \neq (\emptyset, \emptyset).$$

   Gilt dies auch, falls T kein Baum ist?