

Graphentheorie Übung 11

1. Skizzieren Sie einen Beweis des folgenden Satzes von Erdős und Szekeres: zu jedem $k \in \mathbb{N}$ existiert ein $n \in \mathbb{N}$, so dass aus n Punkten der Ebene, von denen keine drei kollinear sind, stets k Punkte auswählbar sind, die ein konvexes Polygon aufspannen (d.h. von denen keiner in der konvexen Hülle der übrigen liegt.)
2. Zeigen Sie mit Hilfe des Unendlichkeitslemmas, dass ein abzählbar unendlicher Graph mit $k \in \mathbb{N}$ Farben eckenfärbbar ist, wenn all seine endlichen Teilgraphen es sind.
3. Zeige, dass es zu je $c \in \mathbb{N}$ Graphen H_1, \dots, H_c einen Graphen $G = G(H_1, \dots, H_c)$ gibt mit der Eigenschaft, dass G zu jeder Eckenfärbung mit den Farben 1 bis c einen induzierten H_i der Farbe i für mindestens ein $i \in \{1, \dots, c\}$ enthält.
4. Zeige, dass jeder unendliche zusammenhängende Graph einen unendlichen Weg oder einen unendlichen Stern enthält.