

Graphentheorie Übung 1

1. Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zwei Ecken $x, y \in V$ mögen in Relation R stehen, schreibe $x \overset{R}{\sim} y$, wenn es einen sie verbindenden Weg gibt. Zeigen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation ist.

Bemerkung: Die Äquivalenzklassen von R heißen *Komponenten* des Graphen G .

2. Beweisen Sie Satz 0.5.1: Sei $T = (V, E)$ ein Graph. Die folgenden Aussagen sind äquivalent:
 - (i) T ist ein Baum.
 - (ii) T ist zusammenhängend und kreisfrei.
 - (iii) Für je zwei Ecken $u, v \in V$ enthält T genau einen Weg.
 - (iv) T ist maximal kreisfrei.
 - (v) T ist zusammenhängend und es gilt $\|T\| = |T| - 1$.

3. Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie:

$$\text{rad}(G) \leq \text{diam}(G) \leq 2 \cdot \text{rad}(G).$$