

# Graphentheorie

1. Sei  $G$  ein Graph mit Maximalvalenz 3. Beweisen Sie: Ist  $G$  Minor von einem Graphen  $G'$ , so ist  $G$  auch topologischer Minor von  $G'$ .
2. Beweisen Sie ohne Zuhilfenahme des Satzes von Kuratowski:
  - a) Ist der Graph  $G'$  Minor eines Graphen  $G$  ohne Kuratowski-Untergraph, so hat auch  $G'$  keinen Kuratowski-Untergraphen.
  - b) Die Aussagen
    - $G$  hat einen Minor isomorph zu  $K_{3,3}$  oder zu  $K_5$ .
    - $G$  hat einen Kuratowski-Untergraphen.sind äquivalent.
3. Beweisen Sie den Fünffarbensatz: Für jeden planaren Graphen gilt  $\chi(G) \leq 5$ .
4. Beweisen Sie ohne Zuhilfenahme des Vierfarbensatzes: Jede kleinste Triangulation, die ein Gegenbeispiel zum Vierfarbensatz ist, ist fünffach zusammenhängend.
5. Beweisen Sie: Hat ein ebener Graph einen Hamiltonkreis, so ist die chromatische Zahl des Dualgraphen höchstens 4.