

Graphentheorie

1. Sei G mit $V(G) = \{0, 1, \dots, n-1\}$ gegeben. Mycielski's Konstruktion liefert dann den Graphen $M(G)$ mit $V(M(G)) = V(G) \cup \{n, n+1, \dots, 2n\}$ der sich aus $V(G)$ ergibt, indem die zusätzlichen Knoten $i \in \{n, n+1, \dots, 2n-1\}$ mit allen Knoten aus $N_G(i-n)$ sowie mit Knoten $2n$ durch zusätzliche Kanten verbunden werden.

$$\text{Also } E(M(G)) = E(G) \cup \{\{i, j\} | 2n > j \geq n \wedge i \in N_G(j-n)\} \cup \{\{2n, j\} | 2n > j \geq n\}$$

Beweisen Sie:

- a) Wenn G dreiecksfrei ist, so auch $M(G)$.
 - b) $\chi(M(G)) = \chi(G) + 1$.
2. Beweisen Sie: Jeder schlichte Graph mit Minimalvalenz ≥ 3 enthält eine Unterteilung des K_4 .
 3. Beweisen Sie: Jeder schlichte Graph mit genau n Knoten und mehr als $2n-3$ Kanten enthält eine Unterteilung des K_4 .
 4. Weisen Sie nach, dass jeder schlichte paare Graph G Untergraph eines $\Delta(G)$ -regulären schlichten paaren Graphen ist!
 5. Weisen Sie nach, dass für schlichte paare Graphen gilt: $\chi'(G) = \Delta(G)$