Einführung in die Diskrete Mathematik

Aufgabenblatt 13: Rundwege in Graphen

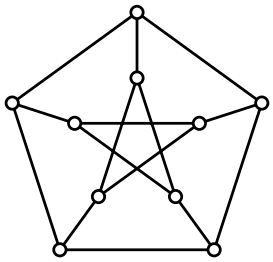
Aufgabe 1 (Rundreisen und Hamilton-Kreise, 3 Punkte).

Angenommen Sie haben einen Algorithmus um das Problem des Handlungsreisenden exakt zu lösen (d.h. sie können die günstigste Rundreise in einem Kanten-gewichteten vollständigen Graphen finden, die jeden Knoten genau einmal besucht). Wie können Sie diesen Algorithmus verwenden um Hamilton-Kreise in allgemeinen Graphen zu finden, oder zeigen, dass ein solcher nicht existiert?

Ist das immernoch möglich wenn der ursprüngliche Algorithmus nicht exakt ist, sondern nur eine Gütegarantie von 1/2 hat?

Aufgabe 2 (Cristofides-Heuristik, 4 Punkte).

Es sei P der Petersen-Graph, in dem jede Kante Gewicht 1 hat.



Wir vervollständigen den Petersen-Graphen zum vollständigen Graphen K_{10}, indem wir alle nicht vorhanden Kanten hinzufügen und mit Gewicht 2 versehen. Bestimmen Sie mithilfe der Christofides-Heuristik eine Rundreise im K_{10}.

Aufgabe 2 (Hyperwürfel, 3 Punkte).

Es sei Q_n der Graph mit Knotenmenge $\{0,1\}^n$ (01-Vektoren der Länge n), wobei zwei Knoten adjazent sind genau dann wenn sie sich in genau einem Eintrag unterscheiden (es handelt sich um den Kanten-Graphen des n-dimensionalen Hyperwürfels).

Für welche n hat Q_n einen Euler-Kreis bzw. Hamilton-Kreis?

Abgabetermin ist der 01.02.2021