Übungen zur Vorlesung
Einführung in die diskrete Mathematik
Aufgabenblatt 7

Aufgabe 1 (1+1+1+1 Punkte).
Zeigen Sie für die Rekursion $T(n) = a\,T(\frac{n}{b}) + f(n)$

(a) mit $f(n) = c$ konstant, dass

  (i) $T(n) = \Theta(\lg n)$ für $b > a = 1$,
  (ii) $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ für $a \neq b, a, b > 1$.

(b) mit $f(n) = \Theta(n)$, dass

  (i) $T(n) = \Theta(n \lg n)$ für $1 < a = b$,
  (ii) $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ für $1 < b < a$.

Aufgabe 2 (1+1+1 Punkte).
Es sei
$$f(n) = \begin{cases} n^2, & n \text{ gerade,} \\ 2n, & n \text{ ungerade.} \end{cases}$$
Beweisen Sie, dass

(a) $f(n) = \mathcal{O}(n^2)$ gilt,

(b) $f(n) = \mathrm{o}(n^2)$ nicht gilt und

(c) $n^2 = \mathcal{O}(f(n))$ nicht gilt.

Aufgabe 3 (2+1 Punkte).
Zeigen Sie für $n \geq 3$, dass $n^n < (n!)^2$. Gilt auch $n^n = \mathrm{o}((n!)^2)$?

Abgabetermin: 28.11.2019 zu Beginn der Lehrveranstaltung