

Einführung in die Diskrete Mathematik Übung 1

1. Wieviele verschiedene Wörter kann man durch Permutation der Buchstaben aus ALIBABA bilden?
2. Es sei $N = \{1, 2, \dots, 2003\}$ und A eine Teilmenge von N mit $|A| = 1015$. Zeige, dass A zwei Zahlen a und b enthält mit $a - b = 26$. Gilt dies auch für $|A| = 1014$?
3. Zeige, dass für die Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ gilt: $\binom{n}{0} < \binom{n}{1} < \dots < \binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor} = \binom{n}{\lceil n/2 \rceil} > \dots > \binom{n}{n}$, wobei für gerades n die beiden mittleren Koeffizienten zusammenfallen.
4. Im Landtag von Mecklenburg Vorpommern gibt es 71 Sitze und drei Parteien von denen keine die absolute Mehrheit hat. Wieviele Möglichkeiten der Sitzverteilung gibt es unter diesen Einschränkungen?
5. Eine Möglichkeit, alle Teilmengen einer n -Menge in Form von 0,1-Wörtern aufzulisten, wird durch den rekursiv definierten Gray-Code beschrieben: $G(1) = (0, 1)$; Sei $G(n) = (G_1, \dots, G_{2^n})$, dann ist $G(n+1) = (0G_1, 0G_2, \dots, 0G_{2^n}, 1G_{2^n}, \dots, 1G_1)$. Zeige:
 - (a) Je zwei benachbarte 0,1-Wörter in $G(n)$ unterscheiden sich in genau einer Stelle.
 - (b) Sei $G(n, k)$ die Unterfolge von $G(n)$ mit genau k Einsen. Zeige, dass aufeinanderfolgende Wörter in $G(n, k)$ sich in genau zwei Stellen unterscheiden.