

## Aufgabenkomplex 3: Integralrechnung

### Allgemeine Hinweise:

- Bitte Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.2, Aufgabenkomplex 3“ kennzeichnen!
- Abgabe in Briefkasten bei Zimmer Rh.Str 39/712.
- Bei sämtlichen Aufgaben ist der Rechenweg anzudeuten.

1. Bestimmen Sie mittels Integration durch Substitution bzw. partielle Integration.

a)  $\int e^{-\sin x} \cos x \, dx$       b)  $\int x \cos x \, dx$       c)  $\int \frac{dx}{\sin(4x-2)}$   
d)  $\int \cot x \, dx$       e)  $\int x^2 e^x \, dx$       f)  $\int (2x-3) \cos(5x+1) \, dx$

2. Integrieren Sie

a)  $\int \frac{3x+1}{x(x+1)} dx$       b)  $\int \frac{4x+2}{x^2+x-6} dx$

indem Sie für die zu integrierenden Funktionen eine Partialbruchzerlegung nach Linearfaktoren des Nenners in der Form  $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$  mit geeigneten Koeffizienten A und B vornehmen.

3. Wir betrachten ein Versuchsfahrzeug, dessen Geschwindigkeit durch die Vorschrift  $v(t) = 4t^3 - 26t^2 + 40t$  mit  $t \in [0, 4]$  beschrieben wird ( $v(t)$  in  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$  und  $t$  in h).

- Geben Sie eine spezielle Funktion an, welche die Position des Fahrzeuges in Abhängigkeit von der vergangenen Zeit beschreibt.
- Zu welchem Zeitpunkt ist das Fahrzeug am weitesten vom Ausgangspunkt entfernt?
- Wie weit liegt der Ort an dem das Fahrzeug bei  $t = 4$  zum Stillstand kommt vom Startpunkt entfernt?

*Hinweis: Beziehung zwischen  $v(t)$  und  $s(t)$  siehe Hinweis von Aufg. 4 des letzten Komplexes!*

4. Es seien die Funktionen  $f(x) = x^2 - x + 1$  und  $g(x) = 4x - 3$  gegeben.

- Ermitteln Sie die Schnittpunkte dieser Funktionen.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, welche die Funktionen zwischen den beiden Schnittpunkten einschließen.

5. Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale sofern diese existieren.

a)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$       b)  $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$       c)  $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$   
d)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$       e)  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$