

## Aufgabenkomplex 5: Hauptachsentransformation, Lineare Optimierung, Differentialrechnung in mehreren Veränderlichen

### Allgemeine Hinweise:

- Bitte Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.2, Aufgabenkomplex 5“ kennzeichnen!
- Abgabe in Briefkasten bei Zimmer Rh.Str 39/712.
- Bei sämtlichen Aufgaben ist der Rechenweg anzudeuten.

1. Lösen Sie folgendes lineares Optimierungsproblem unter Nutzung des Simplexalgorithmus.

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & -3x_1 - 2x_2 + 5 \\ \text{unter den NB} & 2x_1 + x_2 \leq 22 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 42 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 31 \\ & x_1 \geq 3 \\ & x_2 \geq -2 \end{array}$$

2. Berechnen Sie die Optimallösung des folgenden Optimierungsproblems mithilfe des Simplexalgorithmus.

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ \text{unter den NB} & 4x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 10 \\ & 2x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 10 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array}$$

3. Untersuchen Sie die Funktion  $f(x, y) = y^2 + x^2y + \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 2$  auf Extrempunkte und Sattelpunkte.

4. Führen Sie die Hauptachsentransformation für die Gleichung

$$3x_1^2 + 10x_1x_2 + 3x_2^2 - 8 = 0$$

durch. Um welche Art von Kurve handelt es sich? Skizzieren Sie die Kurve im  $x$ - $y$ -System.

5. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems  $y' = Ay$  mit dem Anfangswert  $y(0) = y_0$ , wenn gilt:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \quad y_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$