Analysis III

Wintersemester 2007/2008 **Prof. Dr. P. Stollmann**

Blatt 3 **Abgabe 1.11.2007**

1. Sei $(X, \mathcal{A}, \mu)$ ein Maßraum, $f \in \mathcal{L}^1(X, \mathcal{A}, \mu)$.
   Zeigen Sie, dass es zu jedem $\varepsilon > 0$ ...

   (a) ... eine Menge endlichen Maßes $E \in \mathcal{A}$ gibt mit

   $$\int_{E^c} |f(x)| d\mu(x) \leq \varepsilon$$

   (b) ... ein $R > 0$ und eine Menge $E \in \mathcal{A}$ gibt mit

   $$|f(x)| \leq R \text{ auf } E \text{ und}$$

   $$\int_{E^c} |f(x)| d\mu(x) \leq \varepsilon$$

2. Sei $|| \cdot ||$ eine Halbnorm auf dem Vektorraum V. Zeigen Sie, dass für jede Folge $(v_n) \subset V$ gilt:

   (v_n) konvergiert $\Longleftrightarrow$ (v_n) ist Cauchy-Folge mit konvergenter Teilfolge.

3. Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$ und $a_1, \ldots, a_n \geq 0$:

   $$\min\{a_1, \ldots, a_n\} \geq a_1 - \sum_{i=1}^{n-1} |a_i - a_{i+1}|.$$