Analysis III

Wintersemester 2007/2008 **Prof. Dr. P. Stollmann**

Blatt 13 **Abgabe 30.1.2008**

1. Sei M ein Kegelmantel über $B_{r_0}(0)$ mit Höhe h_0, d.h.

$$M = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, h_0^2(x_1^2 + x_2^2) = r_0^2(h_0 - x_3)^2 \wedge x_3 \in (0, h) \right\}$$

   Zeigen Sie, dass M eine 2-dimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^3$ ist und berechnen Sie die Oberfläche von M, also $S(M)$.

2. Sei V ein $\mathbb{R}$-Vektorraum mit $\dim V = n$ und $\alpha : V^k \mapsto \mathbb{R}$ eine k-Linearform. Zeigen Sie, dass α alternierend ist genau dann, wenn gilt:

   Falls $i, j \in \{1, \ldots, k\}$ existieren mit $i \neq j$ und $v_i = v_j$, so gilt $\alpha(v_1, \ldots, v_k) = 0$.

3. Sei V ein $\mathbb{R}$-Vektorraum mit $\dim V = n$ und $k \in \{1, \ldots, n\}$ und $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ eine Basis von V^*.

   Zeigen Sie, dass $\{\varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_k} | i_1, \ldots, i_k \in \{1, \ldots, n\}, i_1 < \ldots < i_k\}$ eine Basis von $\bigwedge^k V^*$ bilden.

   Hinweis: Betrachten Sie die duale Basis $(e_1, \ldots, e_n)$ zu $(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)$.