Analysis III

Wintersemester 2007/2008 **Prof. Dr. P. Stollmann**

Blatt 12 **Abgabe 24.1.2008**

1. Sei M eine Untermannigfaltigkeit. Zeigen Sie, dass

$$\mathcal{J} := \{I \in \mathcal{B}(M) | \exists \text{ Einbettung } (\Omega, \Phi) \text{ mit } I \subset \Phi(\Omega)\}$$

ein $\cap$-stabiler Semiring ist und, für solche $I, (\Omega, \Phi)$

$$S(I) := \int\limits_{\Phi^{-1}(I)} \gamma(D\Phi(t))dt$$

ein Prämaß definiert.

2. Beweisen Sie Bemerkung 1.6.2 aus der Vorlesung.

3. Sei $U \subset \mathbb{R}^n$ offen, $f \in C_c^1(U)$. Zeigen Sie, dass $\int\limits_U \partial_j f(x)dx = 0$ für alle $j \in \{1, \ldots, n\}$.

Hinweis: Betrachten Sie zunächst $n = 1$ und benutzen Sie HDI.

4. Sei $f : \mathbb{R}^n \mapsto [0, \infty)$ und

$$f(y) := \begin{cases} \exp\left(\frac{-1}{r^2 - |y|^2}\right) & \text{für } |y| < r, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass $f \in C_c^\infty(\mathbb{R}^n)$.

Hinweis: Es kann helfen, wenn Sie sich zuerst überzeugen, dass sich $h(x) = \exp\left(\frac{-1}{x}\right)$ von $(0, \infty)$ durch 0 auf $\mathbb{R}$ zu einer C^∞-Funktion fortsetzen lässt.