

Übungen zum Kurs Gewöhnliche Differentialgleichungen

6. Übung – Substitutionen, Potenzreihenansatz, sukzessive Approximation, Erniedrigung der Ordnung

1. Lösen Sie folgende Differentialgleichungen

(a) $y' = (x - y)^2 + 1$ $y(1) = -1$, (b) **(HA)** $y' = (x - y + 3)^2$, $y(1) = 1$,

(c) **(HA)** $y' = \cos(y - x)$, (d) $y' = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$,

(e) **(HA)** $y' = \frac{x+y}{x-y}$, (f) **(HA)** $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$.

2. Lösen Sie die Differentialgleichung $y' = \frac{y^2}{x^2} - 6$ unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen

(a) $y(1) = -3$, (b) $y(1) = -2$.

3. Gesucht sind die Lösungen der Differentialgleichung $y = xy' - \sqrt{x^2 + y^2}$.
Veranschaulichen Sie diese in der x - y -Ebene.

4. Lösen Sie das Anfangswertproblem $y' = x + y$, $y(0) = 1$

(a) mit Produktansatz,

(b) **(HA)** mit Variation der Konstanten,

(c) mit Potenzreihenansatz,

(d) **(HA)** mit integrierendem Faktor,

(e) mit sukzessiver Approximation. Zeige, dass die Folge der Näherungslösungen gegen die unter (a) bzw. (b) ermittelte Lösung konvergiert.

5. Lösen Sie durch Erniedrigung der Ordnung

(a) $y'' = 2y'^2$, (b) $xy'' + y' = 1$, (c) **(HA)** $xy'' + y' = x^2$,

(d) $yy'' = y'^2$, **(Z)** $xy^{(4)} + y''' = e^x$.

6. Suchen Sie für die Differentialgleichung

$$(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

eine Lösung y_1 , und erniedrigen Sie die Ordnung durch den Ansatz $y = y_1 u$.

7. Lösen Sie folgende Anfangswertaufgaben näherungsweise durch sukzessive Approximation, indem Sie 3 Glieder y_0, y_1, y_2 angeben:

(a) $y' = x - y^2$, $y(0) = 0$,

(b) **(HA)** $y' = y^2 + 3x^2 - 1$, $y(1) = 1$,

(c) **(HA)** $y' = y + e^{y-1}$, $y(0) = 1$.

8. **(HA)** Lösen Sie die Aufgabe 7 (a) mit Potenzreihenansatz!

bitte wenden

6. Hausaufgabe

Lösen Sie folgende Aufgaben der 6. Übung

1. (b), (c), (e), (f)
4. (b), (d)
5. (c)
7. (b), (c)
- 8.