Schrödingeroperatoren mit abzählbar vielen Punktwechselwirkungen

Konrad Schmüdgen (Universität Leipzig)

Unter selbstadjungierten Realisierungen des Differentialausdrucks

$$-\Delta + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \delta_{x_j}$$

versteht man selbstadjungierte Erweiterungen der Einschränkung $-\Delta_{min}$ des selbstadjungierten Operaors $-\Delta$ im $L^2(R^3)$ auf den Bereich

$$\mathcal{D}(-\Delta_{min}) = \{f \in H^2(R^3) : f(x_j) = 0 \quad \text{für} \quad j \in N\}.$$

Unter gewissen technischen Eigenschaften an die Punkte $x_j \in R^3$ wird ein Randtripel zum adjungierten Operator $(-\Delta_{min})^*$ konstruiert und zur Untersuchung von Spektraleigenschaften dieser selbstadjungierten Erweiterungen benutzt. Ein Hauptresultat besagt, dass bei geeigneter Wahl der Punkte x_j für jede selbstadjungierte Erweiterung von $-\Delta_{min}$ der spektrale Teil auf $(c, +\infty)$ für ein $c \geq 0$ zum entsprechenden Teil des selbstadjungierten Operators $-\Delta$ unitär äquivalent ist. Als wichtige technische Hilfsmittel dienen u.a. radial positive definite Funktionen im R^3 und das Theorem von Schönberg.

Der Vortrag beruht auf einer Arbeit mit M. Malamud, J. Functional Analysis **263**(2013), 3144-3194.