

Übungsaufgaben zur Algebra

1. (8 Punkte) Listen Sie alle Untergruppen von A_4 auf und **begründen** Sie Ihre Liste.
2. (4 Punkte) Zeigen Sie, dass A_4 und D_6 nicht isomorph sind.
3. (4 Punkte) Es sei G eine Gruppe. Man definiere induktiv eine Reihe von Untergruppen $L_i G < G$ durch $L_0 G := G$ und $L_{i+1} G := [L_i G, G]$ für alle $i \in \mathbb{N}$, hierbei bezeichnet $[H, G]$ den Kommutator von H und G . Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, falls ein $n \in \mathbb{N}$ existiert, so dass $L_n G = \{1\}$. Zeigen Sie, dass nilpotente Gruppen auflösbar sind.
4. (2 Punkte) Let R_1, R_2 be two rings. Define

$$R_1 \times R_2 := \{(r_1, r_2) \mid r_i \in R_i, i = 1, 2\}.$$

Show that $R_1 \times R_2$ is a ring with respect to the componentwise addition and multiplication. (It is called the *direct product* of R_1 and R_2 .)