

Empfehlungen des AK Schulmathematik

der mathematischen Fachbereiche der vier sächsischen Universitäten
zur Diskussion auf der geschlossenen IQB-Tagung

Fassung vom 31.01.2018

Am 2. März 2018 findet in Berlin eine Fachtagung des IQB unter dem Titel „Förderung mathematischer Kompetenzen - Rückblick und Ausblick“ zu Curricula, Unterricht und Prüfungen sowie Aus- und Fortbildung statt. Der Arbeitskreis Schulmathematik der mathematischen Fachbereiche der vier sächsischen Universitäten hatte den Organisator Herrn Lorber vom IQB ebenfalls um eine Einladung gebeten, dies wurde jedoch abgelehnt. Der Arbeitskreis bedauert sehr, dass aus Sachsen kein Mathematikvertreter der Universitäten teilnehmen darf, obwohl das in der Schule zu vermittelnde und im Abitur zu prüfende mathematische Verständnis wesentlichen Einfluss auf den Studienerfolg in den WiMINT-Studiengängen hat und die Universitäten über die Lehramtsstudiengänge die Lehrkräfte auf die Schule vorbereiten sollen. Dieser Text fasst unsere Anliegen und Vorschläge zu einigen der Tagungsthemen zusammen, in der Hoffnung dafür Fürsprecher auf der Tagung zu finden.

In der auf Initiative unseres Arbeitskreises zu Semesterbeginn bei den WiMINT-Studienanfängern der sächsischen Hochschulen durchgeführten freiwilligen Lernstandserhebung waren in 27 elementarmathematischen Verständnisfragen 68 Punkte zu erreichen. Die Fragen wurden mit Unterstützung der Mathematikfachberater auf den sächsischen Lehrplan und schulübliche Formulierungen abgestimmt. Die teilnehmenden sächsischen 751 Studienanfänger erzielten durchschnittlich 52%, 442 deutsche Studienanfänger ohne Sachsen 51% und (stärker auf technische Fächer konzentrierte) 131 ausländische Studienanfänger 59% der möglichen Punkte. In einem universitären Studiengang mit NC blieb der Durchschnitt unter 45%. Wir sehen das als deutliches Indiz dafür, dass der derzeitige Modus der Abiturprüfung weder die Beherrschung der erforderlichen Kompetenzen geeignet prüft noch die korrekten Anreize zu deren Vermittlung in der Schule setzt. Im Entwurf und der Durchführung der Abiturprüfungen scheinen in der Tat einige Korrekturen angebracht und zielführend. Dies bietet aus unserer Sicht die beste Möglichkeit, auf eine rasche Besserung der mathematischen Kompetenzen hinzuwirken. Im Rahmen der gesamtdeutschen Vereinheitlichung ist nun auch der richtige Zeitpunkt dafür.

Der AK Schulmathematik empfiehlt, die folgenden fünf Änderungen im Entwurf der Aufgaben und in der Durchführung des Mathematik-Abiturs kurz- und mittelfristig umzusetzen sowie langfristig vier weitere Maßnahmen in allen Bildungsbereichen zu ergreifen.

Empfehlungen zum Mathematik-Abitur zur kurz- und mittelfristigen Umsetzung:

K1: *Aufnahme von Aufgaben aus der Sekundarstufe I zu Verständnis und Beherrschung der Bruchrechnung, der Umformung von Gleichungen und der Elementargeometrie, die grundsätzlich ohne Hilfsmittel beherrscht werden sollen.*

Um nachhaltig und dauerhaft Basiskompetenzen zu sichern, ist es nötig diese in den Abschlussprüfungen verbindlich abzuprüfen.

K2: *Beide Abiturteile ohne Verwendung elektronischer Hilfsmittel (wie in Baden-Württemberg praktiziert); insbesondere Vermeidung von nur mit dem Taschenrechner berechenbaren Teilaufgaben oder Teilergebnissen; notfalls Einschränkung der Verwendung des Taschenrechners auf die Berechnung des Endergebnisses nach hilfsmittelfreier Angabe des Lösungswegs.*

Im Studium wie im Berufsleben wird der Taschenrechner höchstens für die Grundrechenarten, Prozentrechnung und die Auswertung einiger weniger Elementarfunktionen wie

Exponentialfunktion, Sinus, Cosinus, etc. eingesetzt. Während etwa das Verständnis von Maxima, Minima und Wendepunkten in vielen technischen und wirtschaftlichen Berufen wesentlich ist, wird später weder im Berufsleben noch im Alltag eine Kurvendiskussion per Taschenrechner durchgeführt. Elektronische Hilfsmittel können den Lernprozess und das Verständnis sehr wohl unterstützen; daraus folgt jedoch keineswegs, dass sie auch bei der Prüfung des Verständnisses helfen. Im Abitur ist gerade das geräteunabhängige Verständnis und die Kompetenz zu mathematisch schlüssig begründbaren Herangehensweisen abzu prüfen, nicht die Kompetenz zur Übersetzung von Aufgaben in gerätegebundene und nicht weiter übertragbare Taschenrechnerbefehle. Zusätzlich ziehen numerisch bestimmte, gerundete Zwischenergebnisse Fehlerquellen nach sich, die keineswegs leicht zu korrigieren sind.

K3: *Vermeidung sprachlich komplizierter Einkleidungen und künstlicher Anwendungsbezüge in den Textaufgaben.*

Für die Überprüfung des mathematischen Verständnisses und Könnens ist das sprachliche Verständnis von Begriffen wie „Hochstand“ oder „Kinderwagenseitenteil“ unerheblich. Für Nichtmuttersprachler ist so nicht mehr klar, ob deren Sprachkompetenz oder die mathematischen Fähigkeiten geprüft werden. Künstliche Anwendungsbezüge für einfache mathematische Teilaufgaben suggerieren, dass Mathematik nicht wirklich anwendbar ist, und zeigen gerade nicht auf, dass viele reale Anwendungen erst durch komplexe mathematische Überlegungen, Modelle und Verfahren beherrschbar und nutzbar werden. Reale Anwendungen können in den seltensten Fällen in einfache, unabhängig zu lösende Teilaufgaben zerlegt werden und sind sicher nicht mit den in den Prüfungen zu verwendenden Operatoren formuliert; der Anspruch ist für Prüfungssituationen zu hoch.

K4: *Verlegung des Schwerpunkts von der Berechnung von Ergebnissen hin zur Ermittlung und Darstellung von Lösungswegen.*

Die Erfahrungen mit Studienanfängern zeigen uns, dass diese Berechnungen von Standardaufgaben durchführen können, aber Mathematik kaum als begründende Wissenschaft begreifen. Eine Ursache dafür liegt unseres Erachtens darin, dass Schüler sehr konkret auf abiturrelevante, mit Operatoren gegebene Aufgabentypen, also stark nicht übertragbares, prüfungsspezifisches Wissen hintrainiert werden. Die bisher von uns geführten Gespräche mit Schulleitern und Lehrern bestärken unseren Eindruck. Zu empfehlen sind Aufgaben mit mehreren möglichen Lösungswegen. Diese erlauben dem Schüler, sein Wissen kreativ einzusetzen und sich für einen von ihm gut beherrschten Zugang zu entscheiden. Auch hinsichtlich politischer Bildung ist nicht das korrekte Ausführen von Vorschriften sondern das kritische und vernunftbasierte Argumentieren und Hinterfragen das Bildungsziel.

K5: *Einsatz von Multiple-Choice-Aufgaben ohne vorgegebene Anzahl korrekter Antworten. Insbesondere soll es für manche Aufgaben mehrere oder keine richtige Antwort geben.*

Schüler sollen sich zur Korrektheit der einzelnen Aussagen positionieren müssen und möglichst nicht durch Ausschlussverfahren oder gutes Raten zum Erfolg kommen.

Langfristige Empfehlungen:

L1: *Die gesetzlichen Grundlagen für das Stellen von Abituraufgaben sollten dahingehend überarbeitet werden, dass sie den Entwurf geeigneter Prüfungsaufgaben möglichst wenig einschränken.*

Derartige Vorgaben sind in Sachsen etwa die Forderung des Anwendungsbezugs und der Beschränkung auf maximal 3 Aufgaben in Teil 2. Diese bilden eine wesentliche Ursache für „Spaghettiaufgaben“ mit künstlicher Anwendungseinkleidung, bei deren

Lösung die Dekodierung teilweise sehr langer Texte für viele Schüler eine grundlegende Schwierigkeit darstellt. Sinnvoll ist, dass die Aufgaben innerhalb einer vorgegebenen Zeitspanne von durchschnittlichen Schülern vollständig bearbeitet werden können und wesentliche inhaltliche Schwerpunkte des Lehrplans aus mindestens drei unterschiedlichen Bereichen umfassen. Alles andere sollte vermieden werden.

- L2: *Beauftragung der DMV mit der Erstellung eines verbindlichen Katalogs der präzisen Bedeutung mathematischer Fachbegriffe und Konzepte, die auch bereits in der Schule Verwendung finden und in der Schule bundesweit dazu konsistent eingeführt und verwendet werden sollen. Die Verbindlichkeit ist durch entsprechende gesetzliche Grundlagen und Verordnungen der Kultusministerien zu sichern.*

Dieser Schritt ist für gesamtdeutsche Prüfungsaufgaben, für einen sinnvollen Übergang von Schule zur Universität und für eine Validierung von Unterrichtsmaterialien unerlässlich. Beispiele für die Komplexität und die Notwendigkeit dieser Aufgabe sind beobachtete Schwierigkeiten etwa bei Vier-/Vieleck, Quadrat, Strahlensatz und Umkehrung (welche?), Monotonie, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, etc., die teils je nach Land, Schulbuch, Lehrkraft unterschiedlich verwendet und verstanden werden. Wesentlich ist dabei, dass mit „konsistent eingeführt und verwendet“ keine wörtlich identisch zu verwendende Definition gemeint sein kann, sondern dass die Definition verschiedene didaktisch sinnvolle Hinführungen zu dem Begriff erlauben muss, die jedoch nicht im Widerspruch zur verbindlichen Interpretation stehen dürfen.

- L3: *Schaffung von gesetzlichen Voraussetzungen für eine kontinuierliche aber sehr bedachte sukzessive Anpassung der Lehrpläne durch Kommissionen, die Fachlehrer, Fachdidaktiker und Fachwissenschaftler umfassen.*

Aus fachwissenschaftlicher Sicht ist dabei der inhaltlich aufbauende Charakter und das aufbauende Verständnis zu garantieren. Die Lehrpläne sollten auf in der Schule verständliche, einfache mathematische Grundkonzepte beschränkt bleiben; diese sollten gut verstanden und dauerhaft beherrscht werden. Das logische Denken, das kritische und korrekte Argumentieren, die Fähigkeit zur Erkennung übergreifender gemeinsamer Strukturen durch Abstraktion sind neben der anwendungsbereiten Beherrschung der Grundrechenarten und der Prozentrechnung die entscheidenden Kompetenzen, die für alle Schüler auch später im Leben relevant sind.

- L3.1: *Für die Vermittlung der mathematischen Kernkompetenzen sieht der AK Schulmathematik elementargeometrische Überlegungen (Sätze zu Dreiecken, Kegelschnitten, dreidimensionale Darstellungen und Konstruktionen, Erklärung von Cosinus und Sinus am Einheitskreis, etc.) als besonders geeignet und anschaulich an; diese sollten wieder verstärkt in den Lehrplänen Berücksichtigung finden.*

- L3.2: *Informatische Inhalte (etwa Tabellenkalkulation) sollten in einem Schulfach Informatik verortet und vermittelt werden.*

Die Bedienung und der Aufbau von Computern sowie die Prinzipien des Einsatzes von Software sind wichtige Bildungsziele und ein Schulfach Informatik ist sinnvoll. Die Vermittlung informatischer Inhalte führt aber überwiegend nicht zu neuen mathematischen Kompetenzen und lenkt vom inhaltlichen Aufbau ab. Dies spricht in keiner Weise gegen einen didaktisch sinnvollen Einsatz elektronischer Medien zur Unterstützung des mathematischen Verständnisses. Das Erlernen der korrekten Bedienung eines anbieterabhängigen Produkts darf dabei nicht zeitlich dominieren.

- L3.3: *Vermeidung von vorwiegend schulmathematischer Begrifflichkeit, da diese weder in der universitären Fachsprache noch im beruflichen Alltag je wieder eingesetzt wird.*

Im Mathematikunterricht werden teilweise Begrifflichkeiten eingeführt, die in Beruf und Hochschule kaum oder keine Verwendung finden. Beispiele sind „ganzrationale Funktion“ statt „(univariates) Polynom, quadratische/kubische Funktion“ oder die zur rechtlichen Absicherung der Aufgabenstellung eingeführten und wahrscheinlich vorwiegend in diesem Kontext nützlichen Operatoren. Hier wäre, gerade in den Fällen, in denen kein expliziter didaktischer Nutzen erkennbar ist, wünschenswert, die Begrifflichkeiten von Schule und Hochschule im Hinblick auf die Erleichterung des Überganges anzupassen. Siehe dazu auch L2.

L3.4: *Vermeidung von Inhalten und Aufgaben, die für ihr Verständnis anspruchsvolle mathematische Grundlagen erfordern, die nicht in der Schule vermittelt werden.*

Anspruchsvolle mathematische Themen sollten an der Universität gelehrt werden. Dies betrifft etwa mehrere Themengebiete im Bereich der Statistik sowie Aufgaben, die nur mit subtilen numerischen Näherungsverfahren oder mächtigen algebraischen Werkzeugen gelöst werden können. Auch wenn die Bedeutung der Statistik und ihrer Methoden für das tägliche Leben tatsächlich hoch ist, nützt es nichts, wenn die richtige Verwendung und Interpretation aufgrund der Komplexität der Materie erfahrungsgemäß bisher nicht so vermittelt werden kann, dass die Konzepte von den Schülern mehrheitlich verstanden und korrekt eingesetzt werden. Beispielsweise scheint schon vielen Schülern der Unterschied zwischen Varianz und empirischer Varianz/Streuung unwesentlich oder sie kennen den Begriff Binomialverteilung, ohne dass der Binomialkoeffizient beherrscht wird; Lehrpläne enthalten noch weit komplexere Verteilungen. Ein weiteres Problem mag dabei die Existenz des schulischen Operators „schätzen“ sein, der zu Missverständnissen hinsichtlich des statistischen Schätzens führt. Statistische Begrifflichkeiten auswendig zu lernen kann vielleicht in Gesellschaftskunde berechtigt sein, unterbricht aber den logischen Aufbau der Schulmathematik und erschwert den Übergang von Schule zu Universität.

L4: *Abkehr von (rein) notenbasierten Zulassungskriterien bei NC-beschränkten Studiengängen an Universitäten zugunsten von inhaltlich ausgerichteten Eingangstests.*

Als Muster könnten der MedAT-Test für Medizin in Österreich oder unsere Lernstandserhebung für mathematische Grundkenntnisse in studienplatzbeschränkten WiMINT-Studiengängen dienen. Ein Grund für den von Eltern auf Lehrer ausgeübten Druck, dass die Schüler eher auf gute Noten als auf gutes inhaltliches Verständnis hintrainiert werden sollten, ist die Tatsache, dass an Universitäten die Vergabe NC-belegter Studienplätze vorrangig über den Notenschnitt bestimmt wird. Wird dies durch eine Eignungsprüfung ersetzt, wird sich auch das Interesse der Eltern eher wieder auf die fachlichen Fähigkeiten richten.