Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. Andreas Goerdt

Chemnitz, den 16.06.2006

Wiederholungsklausur Theoretische Informatik I WS 2005/2006

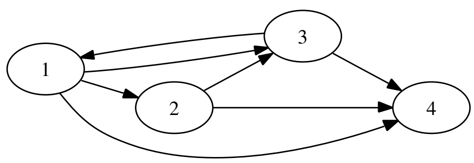
Studiengang Wirtschaftsinformatik

Aufgabe 1 (2+2+2 Punkte)

(a) Zeigen Sie, daß $1/(1-(1/n))$ von $1 + O(1/n)$ ist.

(b) Seien A und B endliche Mengen. Geben Sie die Anzahl der Funktionen $f : A \to B$ an.

(c) Geben Sie die Darstellung durch zwei arrays des folgenden gerichteten Graphen an.



Aufgabe 2 (3+3 Punkte)

Wir betrachten gerichtete, gewichtete Graphen gegeben durch eine Gewichtsmatrix wie üblich:

- Knotenmenge $V = \{1, \ldots, n\}$.
- Gewichtsmatrix $D[u, v]$. ($D[u,v] = \infty$ wenn Kante (u, v) nicht vorhanden, $D[u,v]$ eine beliebige ganze Zahl wenn Kante (u,v) und $D[u, u] = 0$.)

(a) Geben Sie den Floyd Warshall Algorithmus für den durch $D[u, v]$ gegebenen Graphen an! (Initialisierung ist nicht erforderlich.)

(b) Wir betrachten 2 feste Knoten, etwa $a = 10$ und $b = 11$. Wir lassen den Floyd Warshall Algorithmus laufen und halten ihn an, nachdem seine äußerste Schleife ihren 2'ten Durchlauf beendet hat. Jetzt steht in $D[a, b]$ die kleinste Weglänge von bestimmten Wegen $a \rightsquigarrow b$.

Geben Sie diese Wege explizit an!

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Wir betrachten die Breitensuche von einem gegebenen Startknoten s aus. Gegeben sei ein *gerichteter* Graph G mit Kante (u, v) in Adjazenzlistendarstellung A_1, so daß v bei der Expansion von u weiß ist. Zeigen Sie:

> „Es gibt keine Adjazenzlistendarstellung A_2 von G, bei der v bereits schwarz ist, wenn u expandiert wird."

Aufgabe 4 (2+3 Punkte)

(a) Geben Sie die Definition des Begriffs der Zweifärbbarkeit ungerichteter Graphen an.

(b) Geben Sie einen Linearzeitalgorithmus an, der testet ob ein ungerichteter Graph zweifärbbar ist.

Aufgabe 5 (3+3 Punkte)

Wir haben eine Menge von Aufgaben, sagen wir $A_1, \ldots, A_n$, die erledigt werden müssen. Außerdem eine Datei Personen; in dieser sind Paare der Art (P_j, A_i) gespeichert. Dabei ist P_j eine Person und A_i eine Aufgabe, für die sie geeignet ist. Eine Person P_j ist unter Umständen für mehrere Aufgaben geeignet. Wir stehen jetzt vor der folgenden Aufgabe:

- Es sollen so viele Aufgaben wie möglich erledigt werden.
- Jede Person kann in der vorgegebenen Zeit nur bis zu zwei Aufgaben, für die sie geeignet ist, ausführen.

(a) Geben Sie eine geeignete formale Darstellung des Problems (als Graph) an.

(b) Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus zur Lösung des Problems an. Begründen Sie seine Laufzeit.

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Es seien Matrizen der folgenden Größe gegeben:

$$M_1 : 10 \times 20, M_2 : 20 \times 30$$
$$M_3 : 30 \times 5, M_4 : 5 \times 100.$$

Demonstrieren Sie den auf dem dynamischen Programmieren basierenden Algorithmus zur Ermittlung der minimalen Anzahl von Multiplikationen bei der Berechnung des Produkts $M_1 \times M_2 \times M_3 \times M_4$.
Füllen Sie dazu die Tabelle auf dem Lösungsblatt aus! Die Multiplikation zweier Matrizen wird hier mit der Schulmethode gemacht.

Aufgabe 7 (1+2+3 Punkte)

Wir betrachten den schnellsten Algorithmus der Vorlesung, der überprüft ob ein gegebener Graph einen Hamilton-Kreis besitzt.

(a) Was ist ein Hamilton-Kreis?

(b) Welche Laufzeit hat der Algorithmus? (Mit kurzer Begründung.)

(c) Füllen Sie die Tabelle auf dem Lösungsblatt für folgenden Graphen aus.