Prof. Dr. Andreas Goerdt
Professur Theoretische Informatik

20. Januar 2006

Klausur Theoretische Informatik für Wirtschaftsinformatiker

1. Aufgabe ($2 + 2 + 3 + 4 = 11$ Punkte)

Wir betrachten die Knotenmenge $V = \{1, \ldots, n\}$. Geben Sie die folgenden Werte an:

(a) Die maximale Anzahl von Kanten, die ein ungerichteter Graph mit Knotenmenge V haben kann.
(b) Die Anzahl der verschiedenen ungerichteten Graphen mit Knotenmenge V.

(c.1) Die maximale Anzahl der verschiedenen Dreiecke (= einfachen geschlossenen Kreise) mit den Knoten 1, 2, 3 in einem *gerichteten* Graphen.
(c.2) Die Anzahl der verschiedenen Dreiecke , die es in einem *gerichteten* Graphen mit Knotenmenge V wie oben maximal geben kann?

2. Aufgabe (5 Punkte)

Wir betrachten die Breitensuche von einem gegebenen Startknoten s aus. Gibt es einen Graphen $G = (V, E)$ mit $\{u, v\} \in E$, für den es zwei Adjazenzlistendarstellungen A_1 und A_2 gibt, so daß die folgenden Aussagen beide gelten?

- Ist A_1 zu Grunde gelegt, so ist v schwarz bei der Expansion von u.
- Ist A_2 zu Grunde gelegt, so ist v grau bei der Expansion von u.

Antwort mit Begründung (Beweis oder Beispiel)!

3. Aufgabe (4 + 4 = 8 Punkte)

Der ungerichtete Graph auf dem Lösungsblatt sei in Adjazenzlistendarstellung gegeben. Die einzelnen Adjazenzlisten sind alphabetisch geordnet.

(a) Lassen Sie die Tiefensuche beginnend bei Knoten d auf dem Graphen laufen. Markieren Sie jeden Knoten mit

- Anfangszeit, Beendezeit und *low*-Wert.

(b) Demonstrieren Sie wie – basierend auf der Tiefensuche aus (a) – der Algorithmus der Vorlesung die zweifachen Zusammenhangskomponenten des Graphen ausgibt. Geben Sie dazu die Kellerinhalte und ausgegebenen Komponenten der Reihe nach an.

4. Aufgabe (6 Punkte)

Demonstrieren Sie den Ablauf des Algorithmus von Ford Fulkerson zur Ermittlung eines maximalen Flusses von S nach T an dem Flußnetzwerk auf dem Lösungsblatt. Tragen Sie vor jeder Flusserhöhung folgendes in das Lösungsblatt ein:

- Aktuellen Fluss, Restnetz und verwendeten Erweiterungsweg (sofern vorhanden).

5. Aufgabe (6 Punkte)

Wir betrachten das Problem der $kuerzesten\ gemeinsamen\ Oberfolge$ von zwei Worten. Demonstrieren Sie den auf dem dynamischen Programmieren basierenden Algorithmus der Übungen zur Lösung des Problems für die Eingabe auf dem Lösungsblatt. Füllen Sie die vorliegende Tabelle aus und zeigen wie sich daraus die Lösung ergibt.

6. Aufgabe (2 + 4 = 6 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter, gewichteter Graph mit *beliebigen* (positiven oder negativen) Kantengewichten. Wir betrachten das Problem einen kürzesten, einfachen Weg von a nach b zu finden, $a, b \in V$.

(a) Geben Sie die Laufzeit des schnellsten in der Vorlesung angegebenen Algorithmus für dieses Problem an!
(b) Der Algorithmus der Vorlesung, der auf dem Konzept der dynamischen Programmierung basiert, füllt eine Tabelle der Art $T[v, S]$ aus, wobei gilt $v, b \in S$ und $S \subseteq V$.b

- Die Länge welches Weges trägt der Algorithmus in $T[v, S]$ ein?