Fakultät für Informatik
Prof. Dr. Andreas Goerdt
Dr. Knut Odermann

Wintersemester 2023/24

Theoretische Informatik 1

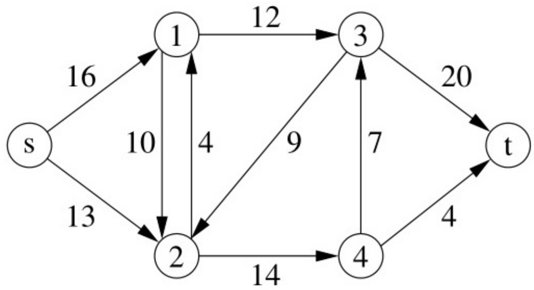
11. Übung

Schreiben Sie Ihren Namen in den Dateinamen der von Ihnen abgegebenen Datei.

Abgabe: Lösen Sie Aufgabe 1. Ihre Lösung senden Sie bitte bis zum Donnerstag, dem 11.01.23, 7:30 Uhr, per E-Mail an `knut.odermann@informatik.tu-chemnitz.de`, am besten als pdf-Datei (idealerweise mit einem Textsatzsystem wie LaTeX erstellt) und gut lesbar. Nicht akzeptiert werden Scans bzw. Photos von Quellen in Formaten größer als DIN-A4. Vermerken Sie auf Ihrer Abgabe Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihren Studiengang.

1. Aufgabe [10 Punkte]

Bestimmen Sie den *maximalen Fluss* durch das unten abgebildete Netzwerk. Nutzen Sie den Algorithmus aus der Vorlesung (*Ford-Fulkerson*) und geben Sie nach jeder Erhöhung des Flusses das *Restnetzwerk* und den *aktuellen Fluss* durch die Kanten an.



Gehen Sie davon aus, dass die Wege von s nach t in der folgenden Reihenfolge gefunden werden:

1. $(s, 1, 3, 2, 4, t)$
2. $(s, 2, 4, 3, t)$
3. $(s, 1, 3, t)$
4. $(s, 1, 2, 3, t)$

2. Aufgabe Es sei $G = (V, E, K\colon E \longrightarrow \mathbb{R}_{>0}, s, t)$ ein Netzwerk und $f\colon E \longrightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ ein zulässiger Fluss in G. Weiter sei $M \subseteq V \setminus \{s, t\}$ eine Teilmenge von V, die weder s noch t enthält. Weisen Sie nach, dass die Gleichung

$$\sum_{u \in M} \sum_{e=(u,\cdot) \in E} f(e) - \sum_{u \in M} \sum_{e=(\cdot,u) \in E} f(e) = 0$$

gilt, d.h., es fließt genausoviel Fluss in M hinein, wie aus M herausfließt.

3. Aufgabe Der Algorithmus von Ford-Fulkerson kann in eine Endlosschleife geraten, wenn das Flussnetzwerk *reelle* Kapazitäten besitzt (Sie müssen diese Aussage nicht beweisen).
Zeigen Sie, dass der Algorithmus von Ford-Fulkerson auf jeden Fall mit einem maximalen Fluss terminiert, wenn nur *rationale* Kapazitäten gegeben sind.