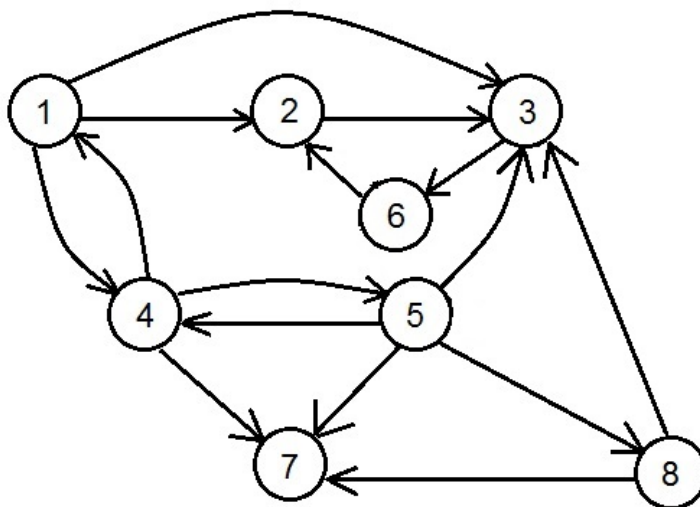


Theoretische Informatik 1

5. Übung

Schreiben Sie Ihren Namen in den Dateinamen der von Ihnen abgegebenen Datei. Abgabe: Lösen Sie die Aufgabe 1. Ihre Lösung senden Sie bitte bis zum Donnerstag, dem 16.11.23, 7:30 Uhr, per E-Mail an knut.odermann@informatik.tu-chemnitz.de, am besten als pdf-Datei (idealerweise mit einem Textsatzsystem wie LaTeX erstellt) und gut lesbar. Nicht akzeptiert werden Scans bzw. Photos von Quellen in Formaten größer als DIN-A4. Vermerken Sie auf Ihrer Abgabe Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihren Studiengang.

1. Aufgabe [10 Punkte] Führen Sie in folgendem gerichteten Graphen, beginnend beim Knoten 1, die Tiefensuche durch.



Die Nachbarn eines Knoten sollen in aufsteigender Reihenfolge bearbeitet werden, d.h., beim Knoten 1 beginnend soll zuerst der Knoten 2 besucht werden, und nicht der Knoten 3 oder Knoten 4, usw. (damit jeder denselben DFS-Baum erhält).

- Geben Sie den DFS-Baum an, der schließlich entstanden ist.
- Geben Sie alle Rückwärtskanten, Vorwärtskanten und Kreuzkanten an.
- Geben Sie für jeden Knoten v die Entdeckzeit $d(v)$ und die Beendezeit $f(v)$ an.
- Geben Sie die starken Zusammenhangskomponenten für G an.
- Geben Sie für alle Knoten die Low-Werte und die modifizierten Low-Werte an (gemäß Vorlesung vom 09.11.23).
- Geben Sie eine topologische Sortierung der starken Zusammenhangskomponenten an.

2. Aufgabe: Sei $G = (V, E)$ ein *gerichteter* Graph und $u, v \in V$ zwei Knoten in diesem Graphen, die über die Kante $(u, v) \in E$ verbunden sind. Ferner sei d die Entdeckzeit und f die Beendezeit eines Knotens. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen für die Tiefensuche in gerichteten Graphen:

- (a) (u, v) ist *Rückwärtskante* bei der Tiefensuche $\iff f[u] < f[v]$.
- (b) (u, v) ist *Kreuzkante* bei der Tiefensuche $\iff f[v] < d[u]$.
- (c) (u, v) ist *Baumkante* oder *Vorwärtskante* bei der Tiefensuche $\iff d[u] < d[v]$.

3. Aufgabe:

Beweisen oder widerlegen Sie folgenden Satz:

Wenn es einen Weg von u nach v in einem gerichteten Graphen G gibt *und* $d[u] < d[v]$ nach einer Tiefensuche auf G gilt, dann ist v ein direkter oder indirekter Nachfolger von u im zugehörigen Tiefensuchswald.

4. Aufgabe

Wir betrachten die Wege in stark zusammenhängenden Graphen.

- (a) Gibt es einen Graphen $G(V, E)$ mit verschiedenen Knoten $u, t, v \in V$, sodass jeder Weg von u nach v über t geht und jeder Weg von v nach u über t geht?
- (b) Gibt es einen Graphen $G(V, E)$ mit Knoten $u, v \in V$ und Kante $(s, t) \in E$, sodass jeder Weg von u nach v die Kante (s, t) enthält und jeder Weg von v nach u die Kante (s, t) enthält?