Fakultät für Informatik
Prof. Dr. Andreas Goerdt
Knut Odermann

Wintersemester 2023/24

Theoretische Informatik 1

4. Übung

Abgabe: Lösen Sie die Aufgaben 1 und 2. Ihre Lösungen senden Sie bitte bis zum Donnerstag, dem 09.11.23, 7:30 Uhr, per E-Mail an `knut.odermann@informatik.tu-chemnitz.de`, am besten als pdf-Datei (idealerweise mit einem Textsatzsystem wie LaTeX erstellt) und gut lesbar. Nicht akzeptiert werden Scans bzw. Photos von Quellen in Formaten größer als DIN-A4. Vermerken Sie auf Ihrer Abgabe Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihren Studiengang.

Aufgabe 1 [5 Punkte]

Sortieren Sie folgende Funktionen nach ihrem asymptotischen Verhalten. Dabei soll $f \prec g$ sein, wenn $\lim_{n\to\infty} f(n)/g(n) = 0$ ist.

$$\begin{array}{rclrclrcl}
f_0(n) & = & n & f_1(n) & = & n \log n & f_2(n) & = & \log n \\
f_3(n) & = & 5n^2 & f_4(n) & = & (1,01)^n & f_5(n) & = & n! \\
f_6(n) & = & (\log n)^2 & f_7(n) & = & \log(\log n) & f_8(n) & = & n^{256} \\
f_9(n) & = & 3^n & f_{10}(n) & = & \sqrt{n} & f_{11}(n) & = & n^3 2^n
\end{array}$$

Aufgabe 2 [5 Punkte] In einem gerichteten Graphen mit der Knotenmenge $\{1, \ldots, 9\}$ wird die Tiefensuche durch eine RAM ausgeführt. Die Spalten der Tabelle zeigen von links nach rechts den jeweiligen Füllstand des Kellerspeichers (Stapelspeicher, stack) der RAM, d.h., sie zeigen die im Speicher vorhandenen Rahmen zu den sich in Bearbeitung befindenden Knoten des Graphen. Mit G symbolisieren wir den Rahmen der Hauptschleife DFS(G).

Rekonstruieren Sie aus dem Verlauf des Speicherinhaltes des Kellerspeichers den Tiefensuchbaum (DFS-Baum) zum gegebenen Graphen.

						5				7		8						
					4	4	4		6	6	6	6	6		9			
		2		3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G

Aufgabe 3 Wir definieren die Mengen

$$O(g) = \{\ f \ \mid\ f\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}_{\geq 0} \text{ und } \exists c > 0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq n_0\colon f(n) \leq c \cdot g(n)\ \}$$

$$\Omega(g) = \{\ f \ \mid\ f\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}_{\geq 0} \text{ und } g \in O(f)\ \}$$

$$\Theta(g) = \{\ f \ \mid\ f\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}_{\geq 0} \text{ und } f \in O(g) \text{ und } g \in O(f)\ \}$$

$$o(g) = \{\ f \ \mid\ f\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}_{\geq 0} \text{ und } \tfrac{f(n)}{g(n)} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0\ \}$$

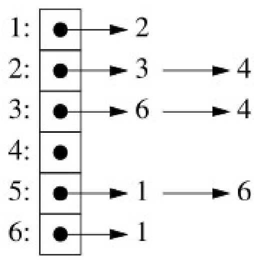
$$\omega(g) = \{\ f \ \mid\ f\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}_{\geq 0} \text{ und } \tfrac{g(n)}{f(n)} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0\ \}.$$

Füllen Sie in der folgenden Tabelle von Funktionen die Wachstumsverhältnisse zwischen den Funktionen aus. Wenn also in der Zeile eines Kästchens $f(n)$ und in der Spalte des Kästchens $g(n)$ steht, tragen Sie das Zeichen α aus $\{O, \Omega, o, \omega, \Theta\}$ ein, so dass $f(n) \in \alpha(g(n))$ gilt. Seien Sie dabei so genau wie möglich (z. B. ist $3 \cdot n^2 \in o(n^3)$ genauer als $3 \cdot n^2 \in O(n^3)$, weil letzteres aus ersterem folgt).

Funktionen	$\log(\sqrt{n})$	$\binom{n}{2}$	n^n	$(1,01)^n$	$2n^2 + \frac{(2023)^{2023}}{\log(\log n)}$
$n!$					
$2^n \log n$					
$\sqrt{\log n}$					
$\left(\frac{10}{7}\right)^n$					
$42^{42} n (\sqrt{n})^2$					

Aufgabe 4

Demonstrieren Sie den Ablauf der Tiefensuche anhand der folgenden Adjazenzlistendarstellung.



Geben Sie bei jedem Prozeduraufruf und bei jedem Prozedurende den Hauptspeicherinhalt des RAM (Programmtext, Heap, Keller) skizzenhaft und auf anschauliche Weise an.