Prof. Dr. A. Goerdt
Julian Pape-Lange

TU Chemnitz
Wintersemester 2022/2023
06.12.2022

Theoretische Informatik I

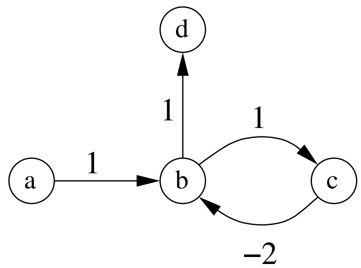
8. Übung

Abgabe: Lösen Sie Aufgabe **1**. Ihre Lösungen geben Sie bitte entweder

- am 13.12.2022 während der Vorlesung oder
- bis zum 13.12.2022 um 9:00 Uhr per Mail
  an `julian.pape-lange@informatik.tu-chemnitz.de`
  mit *Betreff:* `TI1 Hausaufgaben`

ab.

1. Aufgabe: ((4+4+2)P) Wir betrachten den folgenden Graphen.



Die Knoten sind wie folgt nummeriert:

$$a \mathrel{\widehat{=}} 1, \quad b \mathrel{\widehat{=}} 2, \quad c \mathrel{\widehat{=}} 3, \quad d \mathrel{\widehat{=}} 4$$

(a) Wenden Sie den *Floyd-Warshall-Algorithmus* auf diesen Graphen an.

Geben Sie den Inhalt der Distanzmatrix am *Anfang* und nach *jedem Durchlauf* der äußeren Schleife an.

(b) Wir betrachten die Distanzmatrix am Ende des Algorithmus. Der Eintrag für die Länge des Weges von a nach d ist offensichtlich falsch.

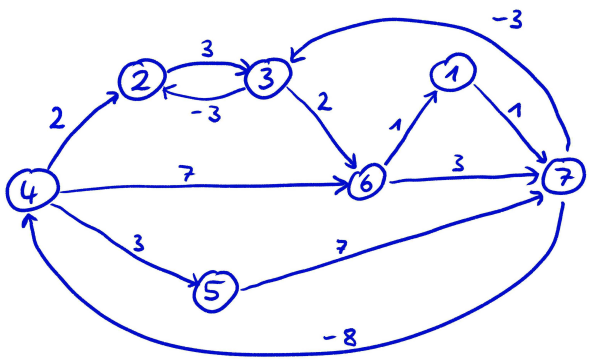
Wie ist dieser Wert entstanden? Geben Sie alle *Teilwege* an, die für diesen Weg zusammengesetzt wurden!

(c) Betrachten Sie nun die Nummerierung

$$a \mathrel{\widehat{=}} 1, \quad b \mathrel{\widehat{=}} 4, \quad c \mathrel{\widehat{=}} 3, \quad d \mathrel{\widehat{=}} 2.$$

Haben die gefundenen kürzesten Wege nun eine andere Länge?

2. Aufgabe:
Wir betrachten die Ausgabe des *Floyd-Warshall-Algorithmus* auf folgenden Graphen



Geben Sie die Pfade an die der Floyd-Warshall-Algorithmus als kürzesten Weg

- von 4 nach 7,
- von 4 nach 1,
- von 7 nach 2 und
- von 2 nach 2

findet.

3. Aufgabe: Was ist $64^{\log_4 n}$?
Zeigen Sie für $a, b, c > 0$ und $a, b, c \neq 1$

(a) $\log_a(bc) = \log_a(b) + \log_a(c)$

(b) $\log_a(b^c) = c \log_a(b)$

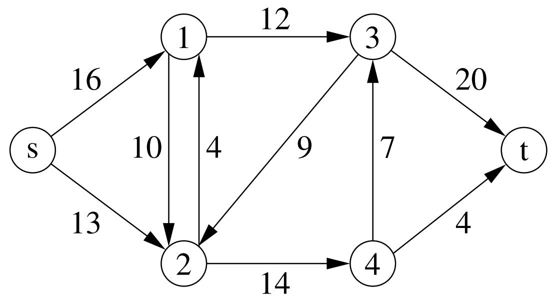
(c) $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$,

(d) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$,

(e) $c^{\log_b a} = a^{\log_b c}$.

Sei $n \geq 1$ eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, dass n genau $\lfloor \log_{10} n \rfloor + 1$ Stellen hat.

4. Aufgabe:
Bestimmen Sie den *maximalen Fluss* durch das unten abgebildete Netzwerk. Nutzen Sie den Algorithmus aus der Vorlesung (*Ford-Fulkerson*) und geben Sie nach jeder Erhöhung des Flusses das *Restnetzwerk* und den *aktuellen Fluss* durch die Kanten an.



Gehen Sie davon aus, dass die Wege von s nach t in der folgenden Reihenfolge gefunden werden:

(a) $(s, 1, 3, 2, 4, t)$

(b) $(s, 2, 4, 3, t)$

(c) $(s, 1, 3, t)$

(d) $(s, 1, 2, 3, t)$