

# Theoretische Informatik I

## 6. Übung

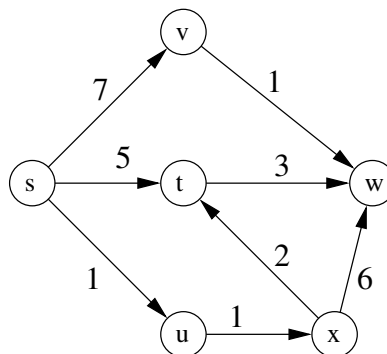
**Abgabe:** Lösen Sie die Aufgabe 1. Ihre Lösungen geben Sie bitte entweder

- am 29.11.2022 während der Vorlesung oder
- bis zum 29.11.2022 um 9:00 Uhr per Mail  
an [julian.pape-lange@informatik.tu-chemnitz.de](mailto:julian.pape-lange@informatik.tu-chemnitz.de)  
mit *Betreff:* TI1 Hausaufgaben

ab.

### 1. Aufgabe: (10P)

Wir betrachten den folgenden gerichteten Graphen  $G_1 = (V, E)$  mit Kantengewichten.



Bestimmen Sie die kürzesten Wege vom Knoten  $s$  aus mit *Dijkstras Algorithmus* im folgenden Graphen. Geben Sie auch die *vorläufig* gefundenen kürzesten Wege und den Zustand der Suchfront nach jedem entfernten Knoten an.

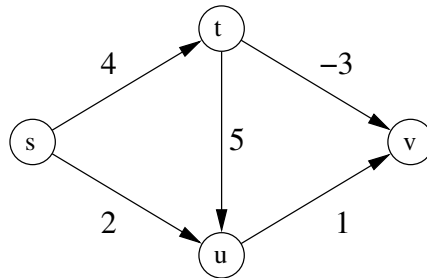
Sie dürfen sich aussuchen, mit welcher Datenstruktur Sie die Suchfront verwalten wollen.

**2. Aufgabe:** Modifizieren Sie *Dijkstras Algorithmus*, so dass neben der Länge auch die Anzahl aller (einfachen) kürzesten Wege berechnet werden.

Geben Sie einen Graphen  $G = (V, E)$  mit Knoten  $u$  und  $v$  an, sodass es exponentiell viele kürzeste Wege von  $u$  nach  $v$  gibt.

### 3. Aufgabe:

Wir betrachten den folgenden gerichteten Graphen  $G_2 = (V, E)$  mit Kantengewichten.



- (a) Was passiert, wenn man *Dijkstras Algorithmus* auf diesen Graphen anwendet um den kürzesten Weg von  $s$  nach  $v$  zu finden?
- (b) Kann man das Problem *im Allgemeinen beheben*, indem man zu *allen* Kanten den Wert  $-x$  addiert? Hier sieht es zunächst so aus, als würde das funktionieren. Warum geht das trotzdem *nicht*? (Geben Sie ein Beispiel oder eine allgemeine Begründung an.)
- (Der Wert  $x$  bezeichnet hier das kleinste Kantengewicht in  $G$ . Durch die Addition von  $-x$  werden also alle Kantengewichte  $\geq 0$ .)

**4. Aufgabe:** Geben Sie einen Algorithmus an, der auf kreisfreien gerichteten und gewichteten Graphen mit Knoten  $u$  zu allen Knoten einen kürzesten Weg findet. *Hinweis:* Dijkstra funktioniert, aber es gibt auch (mindestens) einen Algorithmus, der sowohl schneller ist als Dijkstra als auch negative Kantengewichte erlaubt.