

# Theoretische Informatik I

## 2. Übung

**Abgabe:** Lösen Sie Aufgabe 1. Ihre Lösungen geben Sie bitte entweder

- am 01.11.2022 während der Vorlesung oder
- bis zum 01.11.2022 um 9:00 Uhr per Mail  
an `julian.pape-lange@informatik.tu-chemnitz.de`  
mit *Betreff:* TI1 Hausaufgaben

ab.

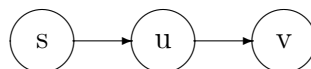
### 1. Aufgabe: ((3+3+4)P)

Sei  $G = (V, E)$  ein *gerichteter Graph* in Adjazenzlistendarstellung.

Wir betrachten die Breitensuche  $\text{BFS}(G, s)$  des Graphen  $G$  mit Startknoten  $s$ . Während der Breitensuche bezeichnen wir Knoten

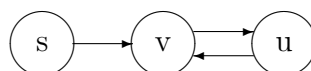
- als *weiß*, wenn sie noch nicht gefunden (und noch nicht in die Warteschlange eingetragen) wurden,
- als *grau*, wenn sie bereits gefunden (und damit in die Warteschlange eingetragen) wurden, aber noch nicht abgearbeitet (und noch nicht aus der Warteschlange ausgelesen) wurden und
- als *schwarz*, wenn sie bereits abgearbeitet (und damit aus der Warteschlange ausgelesen) wurden.

Im Graphen



ist der Knoten  $v$  bei der Expansion von  $u$  (zu dem Zeitpunkt an dem die Adjazenzliste von  $u$  angesehen wird) in der Breitensuche  $\text{BFS}(G, s)$  immer *weiß*.

Im Graphen



ist der Knoten  $v$  bei der Expansion von  $u$  (zu dem Zeitpunkt an dem die Adjazenzliste von  $u$  angesehen wird) in der Breitensuche  $\text{BFS}(G, s)$  immer *schwarz*.

In dieser Aufgabe sehen wir, wie der Knoten  $v$  bei der Expansion von  $u$  durch Ändern der Reihenfolgen in den Adjazenzlisten „umgefärbt“ werden kann. Der Graph selbst darf dabei nicht verändert werden.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Aussage durch *Beispiel* (Adjazenzlisten und Ablauf der Breitensuche) oder *Gegenbeweis*.

- (a) Es ist möglich, dass es eine Kante  $(u, v) \in E$  gibt, so dass gilt: Bei der Expansion von  $u$  während  $\text{BFS}(G, s)$  ist  $v$  – je nach Adjazenzlistendarstellung von  $G$  – *grau* oder *schwarz*.
- (b) Es ist möglich, dass es eine Kante  $(u, v) \in E$  gibt, so dass gilt: Bei der Expansion von  $u$  während  $\text{BFS}(G, s)$  ist  $v$  – je nach Adjazenzlistendarstellung von  $G$  – *weiß* oder *grau*.
- (c) Es ist möglich, dass es eine Kante  $(u, v) \in E$  gibt, so dass gilt: Bei der Expansion von  $u$  während  $\text{BFS}(G, s)$  ist  $v$  – je nach Adjazenzlistendarstellung von  $G$  – *weiß* oder *schwarz*.

**2. Aufgabe:** Geben Sie einen gerichteten Graphen  $G = (V, E)$  mit einem Knoten  $s \in V$  an, so dass folgende Bedingungen gelten.

- (a)  $G$  enthält einen Baum  $B$  mit Wurzel  $s$ .
- (b) Für jeden Knoten  $v \in V$  ist  $\text{Dist}_B(s, v) = \text{Dist}_G(s, v)$ , d.h. der Weg von  $s$  nach  $v$  in  $B$  ist genauso lang wie der kürzeste Weg von  $s$  nach  $v$  in  $G$ .
- (c) Trotzdem kann der Baum  $B$  niemals bei  $\text{BFS}(G, s)$  als Breitensuchbaum entstehen.

**3. Aufgabe:**

- Wie viele Kanten kann ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$  mit  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  und topologischer Sortierung  $(v_1, \dots, v_n)$  maximal haben?
- Wie viele gerichtete Graphen  $G = (V, E)$  mit  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  haben die Folge  $(v_1, \dots, v_n)$  als topologische Sortierung?

**4. Aufgabe:** Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph mit mindestens zwei Knoten. Zeigen Sie die folgende Aussagen:

- (a) Die Summe der Grade aller Knoten ist durch 2 teilbar.
- (b) Es gibt stets zwei Knoten, die den gleichen Grad haben.  
*Hinweis:* es ist sinnvoll, den Fall, dass  $G$  zusammenhängend ist, und den Fall, dass  $G$  nicht zusammenhängend ist, getrennt zu betrachten.