

Theorie der Programmiersprachen

10. Übung

1. Aufgabe: Formulieren Sie das folgende Rätsel in der Prädikatenlogik und lösen Sie es mit Antwortmethode, Hochgehen im Beweis und Mitführen der Substitution.

Tom, Mike und John gehören dem Alpenverein an. Jedes *Mitglied* des Alpenvereins ist entweder *Skifahrer* oder *Bergsteiger* oder beides. Kein Bergsteiger liebt den *Regen* und alle Skifahrer lieben den *Schnee*. Mike liebt alles, was Tom nicht liebt und umgekehrt. Mike und John lieben den Schnee.

Gibt es ein Mitglied des Alpenvereins, das Bergsteiger ist und kein Skifahrer? Wer ist dies?

2. Aufgabe: Wir betrachten folgendes Hornklauselprogramm über

- einem 3-stelligen Prädikatsymbol Ad
- einer Konstanten 0 genannt
- einer einstelligen Funktion S
- Variablen x, y, z .

$$\begin{aligned} & Ad(0, 0, 0) \\ Ad(x, y, z) & \rightarrow Ad(s(x), y, s(z)) \\ Ad(x, y, z) & \rightarrow Ad(x, s(y), s(z)) \end{aligned}$$

In der Interpretation mit Grundmenge der natürlichen Zahlen, „0“ als Null und s als Addition mit 1 berechnet das Programm $x + y$ in z .

- (a) Wir wollen „ $3 + 4$ “ ausrechnen. Dabei steht der Term $s^n(0)$ für die Zahl n . Geben Sie die Formel in KNF an, die man dazu zum Widerspruch führt. *Alle* Klauseln und Quantoren.
- (b) Führen Sie die Berechnung (SLD-Resolutionsbeweis) des Programms zur Ermittlung von „ $1 + 1$ “, $1 = s(0)$ vor. Geben Sie alle verwendeten Unifikatoren und Variablenumbenennungen an.
- (c) Betrachten Sie folgende Interpretation:
 - Grundmenge ist wieder die Menge der natürlichen Zahlen
 - die Operation s ist als die Identität, $s(x) = x$ definiert

- „0“ wird als die Zahl 1 aufgefasst
 - *Ad* steht für die *Multiplikation* der zweiten und dritten Stelle auf der ersten.
- (i) Warum ist Ihre dem Teil (b) zu Grunde liegende Formel auch in dieser Interpretation *falsch*?
- (ii) Demonstrieren Sie das durch „Hochgehen im Beweis“ von (b).
- (iii) Gehen Sie zusätzlich in der ursprünglichen Interpretation im Beweis hoch und zeigen Sie damit, dass die Interpretation kein Modell ist.
- Geben Sie den einzuschlagenden Weg im Beweis an.
 - Geben Sie für jede Klausel auf dem Weg an, welche natürlichen Zahlen sich für die Variablen und Konstanten der Klausel ergeben.
 - Geben Sie zu jeder Klausel des Weges an, wie sie in der Interpretation zu lesen ist.

3. Aufgabe: Formulieren Sie ein Logikprogramm für die Addition, das auf der folgenden rekursiven Darstellung beruht:

$$\begin{aligned}x + 0 &= x \\x + y' &= x' + y.\end{aligned}$$

Dabei bezeichnet x' den Nachfolger von x . Berechnen Sie, was „2 + 3“ ist.

4. Aufgabe: Überprüfen Sie, ob die Additionsprogramme aus den letzten beiden Aufgaben auch für die Subtraktion verwendet werden können.