

# Theorie der Programmiersprachen

## 9. Übung

**1. Aufgabe:** Wir betrachten die Menge  $\mathbf{M} = \{F_i | i \in \mathbb{N}\}$  mit

$$F_i := (\neg A_i) \wedge \left( \bigvee_{j=1}^{\infty} A_j \right).$$

Da der Endlichkeitssatz gilt, muss eine der folgenden Aussagen falsch sein:

- $\mathbf{M}$  enthält unendlich viele Formeln.
- Jede endliche Teilmenge von  $\mathbf{M}$  ist erfüllbar.
- Nicht alle Formeln aus  $\mathbf{M}$  sind gleichzeitig erfüllbar.

Welche der Aussagen stimmt nicht?

**2. Aufgabe:** Sei  $L$  eine *beliebige unendliche* Menge von natürlichen Zahlen, dargestellt als Binärzahlen. Beweisen Sie, dass es eine unendliche Folge  $w_1, w_2, w_3, \dots$  von *paarweise verschiedenen* Binärzahlen gibt, so dass  $w_i$  Anfangsstück von  $w_{i+1}$  und von mindestens einem Element aus  $L$  ist. ( $i = 1, 2, 3, \dots$ )

**3. Aufgabe:** Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf die Literalmenge

$$L = \{P(x, y), P(f(a), g(x)), P(f(z), g(f(z)))\}$$

an.

**4. Aufgabe:** Zeigen Sie, dass der Unifikationsalgorithmus (naiv implementiert) exponentielle Laufzeit haben kann.

*Hinweis:* Betrachten Sie das Beispiel:

$$L = \left\{ P(x_1, x_2, \dots, x_n), P(f(x_0, x_0), f(x_1, x_1), \dots, f(x_{n-1}, x_{n-1})) \right\}$$

Überlegen Sie sich eine geeignete Datenstruktur für Literale bzw. Literalmenge, so dass das Unifizieren effizienter durchgeführt werden kann.

**5. Aufgabe:** Bei endlichen aussagenlogischen Klauselmengen  $F$  ist  $\text{Res}^*(F)$  immer eine endliche Menge. Geben Sie eine endliche prädikatenlogische Klauselmenge  $F$  an, so dass für alle  $n$  gilt:

$$\text{Res}^n(F) \neq \text{Res}^*(F).$$