

Theorie der Programmiersprachen

3. Übung

1. Aufgabe:

Wir betrachten die beiden Heuristiken:

- *Shortest First*: Wir wählen die jeweils nächste Variable aus den kürzesten Klauseln.
- *Subset*: Wenn die neue Formel nur Klauseln der Originalformel enthält, werden alle bisherigen Setzungen als richtig betrachtet.

Begründen Sie, warum beide Heuristiken grundsätzlich in der Lage sind, die Laufzeit zu reduzieren. Zeigen Sie insbesondere, dass die *Subset*-Heuristik nicht alle erfüllenden Belegungen verwirft.

2. Aufgabe:

Zeigen Sie, dass wir bei mit den beiden Heuristiken aus Aufgabe 1 2-KNF nur polynomiell viele Setzungen im Davis-Putnam-Algorithmus brauchen.

Geben Sie ein Beispiel an, bei dem wir bei 2-KNF mit den Heuristiken quadratisch viele Setzungen brauchen.

Geben Sie außerdem ein Beispiel an, bei dem wir bei 3-KNF trotz der Heuristiken exponentiell viele Setzungen brauchen.

3. Aufgabe:

Eine Formel sei als Text über dem Alphabet $\Sigma \cup \{ (,), \vee, \wedge, \neg \}$ gegeben, wobei die Variablen beliebige Teiltexthe über Σ sind.

Erklären Sie, wie man die Formel effizient in Adjazenzlistendarstellung mit Variablen A_1, \dots, A_n bringen kann.

4. Aufgabe:

Zeigen Sie, dass der Polynomialzeitalgorithmus (Davis-Putnam + Heuristiken aus Aufgabe 1) für 2-SAT für eine Formel mit k Klauseln und n Variablen maximal $\mathcal{O}(n^2k)$ Zeit braucht.

Zeigen Sie, dass wir die Laufzeit mit Hilfe von Adjazenzlisten ohne andere Optimierungen auf $\mathcal{O}(n^3)$ beschränken können.

Zeigen Sie, dass wir die Laufzeit mit Adjazenzlisten ohne andere Optimierungen sogar auf $\mathcal{O}(nk)$ beschränken können.

Zeigen Sie, dass wir mit weiteren Optimierungen $\mathcal{O}(k)$ erreichen können.

5. Aufgabe:

Die Formel

$$F = (\neg A_1 \vee A_2) \wedge (A_2 \vee A_3) \wedge (\neg A_3 \vee A_4) \wedge (\neg A_4 \vee A_5) \wedge (\neg A_4 \vee \neg A_5) \wedge (A_3 \vee A_6) \wedge (A_3 \vee A_7)$$

ist gegeben. Bestimmen Sie mit Hilfe des Linearzeitalgorithmus aus Aufgabe 4 für 2-KNF, ob die Formel erfüllbar ist.