

Theoretische Informatik I

6. Übung

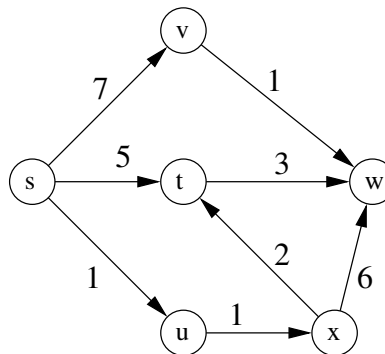
Abgabe: Lösen Sie Aufgabe 1 handschriftlich. Ihre Lösungen geben Sie bitte entweder

- bis zum 01.12.2021 um 13:00 Uhr per Mail
an `julian.pape-lange@informatik.tu-chemnitz.de`
mit *Betreff:* TI1 Hausaufgaben oder
- bis zum 01.12.2021 um 13:00 Uhr im Briefkasten der Professur Theoretische Informatik (vor Raum A10.266.4)

ab.

1. Aufgabe: (10P)

Wir betrachten den folgenden gerichteten Graphen $G_1 = (V, E)$ mit Kantengewichten.



Bestimmen Sie die kürzesten Wege vom Knoten s aus mit *Dijkstras Algorithmus* im folgenden Graphen. Geben Sie auch die *vorläufig* gefundenen kürzesten Wege und den Zustand der Suchfront nach jedem entfernten Knoten an.

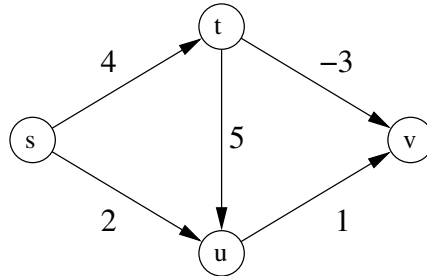
Sie dürfen sich aussuchen, mit welcher Datenstruktur Sie die Suchfront verwalten wollen.

2. Aufgabe: Modifizieren Sie *Dijkstras Algorithmus*, so dass neben der Länge auch die Anzahl aller (einfachen) kürzesten Wege berechnet werden.

Geben Sie Graphen $G(V, E)$ mit Knoten u und v an, sodass es exponentiell viele kürzeste Wege von u nach v gibt.

3. Aufgabe:

Wir betrachten den folgenden gerichteten Graphen $G_2 = (V, E)$ mit Kantengewichten.



- (a) Was passiert, wenn man *Dijkstras Algorithmus* auf diesen Graphen anwendet um den kürzesten Weg von s nach v zu finden?
- (b) Kann man das Problem *im Allgemeinen beheben*, indem man zu *allen* Kanten den Wert $-x$ addiert? Hier sieht es zunächst so aus, als würde das funktionieren. Warum geht das trotzdem *nicht*? (Geben Sie ein Beispiel oder eine allgemeine Begründung an.)
- (Der Wert x bezeichnet hier das kleinste Kantengewicht in G . Durch die Addition von $-x$ werden also alle Kantengewichte ≥ 0 .)

4. Aufgabe:

Geben Sie einen Algorithmus an, der auf kreisfreien gerichteten und gewichteten Graphen mit Knoten u zu allen Knoten einen kürzesten Weg findet.

Hinweis: Dijkstra funktioniert, aber es gibt auch (mindestens) einen Algorithmus, der sowohl schneller ist als Dijkstra als auch negative Kantengewichte erlaubt.