

Theoretische Informatik I

2. Übung

Abgabe: Lösen Sie Aufgabe 1 handschriftlich. Ihre Lösungen geben Sie bitte entweder

- bis zum 29.10.2021 um 13:00 Uhr per Mail
an `julian.pape-lange@informatik.tu-chemnitz.de`
mit *Betreff:* TI1 Hausaufgaben oder
- bis zum 29.10.2021 um 13:00 Uhr im Briefkasten der Professur Theoretische Informatik (vor Raum A10.266.4)

ab.

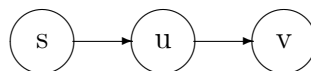
1. Aufgabe: ((3+3+4)P)

Sei $G = (V, E)$ ein *gerichteter Graph* in Adjazenzlistendarstellung.

Wir betrachten die Breitensuche $\text{BFS}(G, s)$ des Graphen G mit Startknoten s . Während der Breitensuche bezeichnen wir Knoten

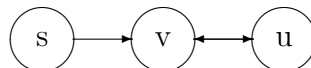
- als *weiß*, wenn sie noch nicht gefunden (und noch nicht in die Warteschlange eingetragen) wurden,
- als *grau*, wenn sie bereits gefunden (und damit in die Warteschlange eingetragen) wurden, aber noch nicht abgearbeitet (und noch nicht aus der Warteschlange ausgelesen) wurden und
- als *schwarz*, wenn sie bereits abgearbeitet (und damit aus der Warteschlange ausgelesen) wurden.

Im Graphen



ist der Knoten v bei der Expansion von u (zu dem Zeitpunkt an dem die Adjazenzliste von u angesehen wird) in der Breitensuche $\text{BFS}(G, s)$ immer *weiß*.

Im Graphen



ist der Knoten v bei der Expansion von u (zu dem Zeitpunkt an dem die Adjazenzliste von u angesehen wird) in der Breitensuche $\text{BFS}(G, s)$ immer *schwarz*.

In dieser Aufgabe sehen wir, wie der Knoten v bei der Expansion von u durch Ändern der Reihenfolgen in den Adjazenzlisten „umgefärbt“ werden kann.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Aussage durch *Beispiel* (Adjazenzlisten und Ablauf der Breitensuche) oder *Gegenbeweis*.

- (a) Es ist möglich, dass es eine Kante $(u, v) \in E$ gibt, so dass gilt: Bei der Expansion von u während $\text{BFS}(G, s)$ ist v – je nach Adjazenzlistendarstellung von G – *grau* oder *schwarz*.
- (b) Es ist möglich, dass es eine Kante $(u, v) \in E$ gibt, so dass gilt: Bei der Expansion von u während $\text{BFS}(G, s)$ ist v – je nach Adjazenzlistendarstellung von G – *weiß* oder *grau*.
- (c) Es ist möglich, dass es eine Kante $(u, v) \in E$ gibt, so dass gilt: Bei der Expansion von u während $\text{BFS}(G, s)$ ist v – je nach Adjazenzlistendarstellung von G – *weiß* oder *schwarz*.

2. Aufgabe: Geben Sie einen gerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit einem Knoten $s \in V$ an, so dass folgende Bedingungen gelten.

- (a) G enthält einen Baum B mit Wurzel s .
- (b) Für jeden Knoten $v \in V$ ist $\text{Dist}_B(s, v) = \text{Dist}_G(s, v)$, d.h. der Weg von s nach v in B ist genauso lang wie der kürzeste Weg von s nach v in G .
- (c) Trotzdem kann der Baum B niemals bei $\text{BFS}(G, s)$ als Breitensuchbaum entstehen.

3. Aufgabe:

- Wie viele Kanten kann ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ und topologischer Sortierung (v_1, \dots, v_n) maximal haben?
- Wie viele gerichtete Graphen $G = (V, E)$ mit $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ haben die Folge (v_1, \dots, v_n) als topologische Sortierung?

4. Aufgabe: Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit mindestens zwei Knoten. Zeigen Sie die folgende Aussagen:

- (a) Die Summe der Grade aller Knoten ist durch 2 teilbar.
- (b) Es gibt stets zwei Knoten, die den gleichen Grad haben.
Hinweis: es ist sinnvoll, den Fall, dass G zusammenhängend ist, und den Fall, dass G nicht zusammenhängend ist, getrennt zu betrachten.