

# Theorie der Programmiersprachen

## 12. Übung

**1. Aufgabe:** Formulieren Sie das folgende Rätsel in der Prädikatenlogik und lösen Sie es mit Antwortmethode, Hochgehen im Beweis und Mitführen der Substitution.

*Tom, Mike und John* gehören dem Alpenverein an. Jedes *Mitglied* des Alpenvereins ist entweder *Skifahrer* oder *Bergsteiger* oder beides. Kein Bergsteiger liebt den *Regen* und alle Skifahrer lieben den *Schnee*. Mike liebt alles, was Tom nicht liebt und umgekehrt. Mike und John lieben den Schnee.

Gibt es ein Mitglied des Alpenvereins, das Bergsteiger ist und kein Skifahrer? Wer ist dies?

**2. Aufgabe:** Wir betrachten folgendes Hornklauselprogramm über

- einem 3-stelligen Prädikatsymbol  $Ad$
- einer Konstanten 0 genannt
- einer einstelligen Funktion  $S$
- Variablen  $x, y, z$ .

$$\begin{aligned} & Ad(0, 0, 0) \\ Ad(x, y, z) & \rightarrow Ad(s(x), y, s(z)) \\ Ad(x, y, z) & \rightarrow Ad(x, s(y), s(z)) \end{aligned}$$

In der Interpretation mit Grundmenge der natürlichen Zahlen, „0“ als Null und  $s$  als Addition mit 1 berechnet das Programm  $x + y$  in  $z$ .

- (a) Wir wollen „ $3 + 4$ “ ausrechnen. Dabei steht der Term  $s^n(0)$  für die Zahl  $n$ . Geben Sie die Formel in KNF an, die man dazu zum Widerspruch führt. *Alle* Klauseln und Quantoren.
- (b) Führen Sie die Berechnung (SLD-Resolutionsbeweis) des Programms zur Ermittlung von „ $1 + 1$ “,  $1 = s(0)$  vor. Geben Sie alle verwendeten Unifikatoren und Variablenumbenennungen an.
- (c) Betrachten Sie folgende Interpretation:
  - Grundmenge ist wieder die Menge der natürlichen Zahlen
  - die Operation  $s$  ist als die Identität,  $s(x) = x$  definiert

- „0“ wird als die Zahl 1 aufgefasst
  - *Ad* steht für die *Multiplikation* der zweiten und dritten Stelle auf der ersten.
- (i) Warum ist Ihre dem Teil (b) zu Grunde liegende Formel auch in dieser Interpretation *falsch*?
- (ii) Demonstrieren Sie das durch „Hochgehen im Beweis“ von (b).
- (iii) Gehen Sie zusätzlich in der ursprünglichen Interpretation im Beweis hoch und zeigen Sie damit, dass die Interpretation kein Modell ist.
- Geben Sie den einzuschlagenden Weg im Beweis an.
  - Geben Sie für jede Klausel auf dem Weg an, welche natürlichen Zahlen sich für die Variablen und Konstanten der Klausel ergeben.
  - Geben Sie zu jeder Klausel des Weges an, wie sie in der Interpretation zu lesen ist.

**3. Aufgabe:** Das in der Vorlesung vorgestellte Logikprogramm für die Addition kann auch zum Subtrahieren verwendet werden. Wie geht das?

**4. Aufgabe:** Formulieren Sie ein Logikprogramm für die Addition, das auf der folgenden rekursiven Darstellung beruht:

$$\begin{aligned}x + 0 &= x \\x + y' &= x' + y.\end{aligned}$$

Dabei bezeichnet  $x'$  den Nachfolger von  $x$ . Berechnen Sie, was „2 + 3“ ist.