Prof. Dr. A. Goerdt
J. Pape-Lange

TU CHEMNITZ
Wintersemester 2021/2022
08.12.2021

Theorie der Programmiersprachen

8. Übung

1. Aufgabe: Geben Sie zu

$$F = \neg\exists x \neg\forall y\big((P(x,y) \vee \neg Q(x,f(x))) \leftrightarrow (\neg Q(x,f(x)) \wedge P(y,x))\big)$$

die bereinigte Form, die Pränexform, die Skolemform und die Darstellung als Klauselmenge an.

2. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das Post'sche Korrespondenzproblem über dem einelementigen Alphabet entscheidbar ist.

Hinweis: Ist das Post'sche Korrenspondenzproblem $(x_1, y_1), \ldots, (x_k, y_k)$ gegeben, so gibt es keine Lösung, falls

$$|x_i| \gneqq |y_i| \ \forall i \in \{1, \ldots, k\} \quad \text{bzw.} \quad |x_i| \lneqq |y_i| \ \forall i \in \{1, \ldots, k\}$$

gilt. Dabei bezeichne $|\cdot|$ die Anzahl der Zeichen.

3. Aufgabe: Zeigen Sie, dass die folgende Variante des Post'schen Korrespondenzproblemes entscheidbar ist.
Gegeben sei eine endliche Folge von Wortpaaren $(x_1, y_1), \ldots, (x_k, y_k)$, wobei $x_i,\ y_i \in \{0,1\}^+$. Gibt es Folgen von Indizes $i_1, i_2, \ldots, i_n$, $n \geq 1$, und $j_1, j_2, \ldots, j_m$, $m \geq 1$ mit $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n} = y_{j_1} y_{j_2} \ldots y_{j_m}$?

4. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das *Gültigkeitsproblem* (und damit auch das *Erfüllbarkeitsproblem*) der Prädikatenlogik bereits für Formeln ohne Funktionssymbole *unentscheidbar* ist.

5. Aufgabe: Gegeben sei die Formel

$$F = \exists x\colon\ a < x < b \qquad (x \in \mathbb{Q})$$

Geben Sie dazu die Skolemfunktion und ein Herbrandmodell an.

6. Aufgabe: Geben Sie zu der Formel

$$F = \forall x \forall y\ Q\big(c, f(x), h(y,b)\big)$$

mindestens 10 Elemente des Herbranduniversums an.