Prof. Dr. A. Goerdt
J. Pape-Lange

TU CHEMNITZ
Wintersemester 2021/2022
30.11.2021

Theorie der Programmiersprachen

7. Übung

1. Aufgabe: Geben Sie zu

$$F \;=\; \forall x \exists y P(x, f(y)) \wedge \forall y \big(Q(x,y) \vee R(x)\big)$$

die äquivalente, bereinigte Form an.

2. Aufgabe: Formulieren Sie einen Algorithmus zur Erstellung von äquivalenten Formeln in bereinigter Pränexform.

3. Aufgabe: Geben Sie zu

$$F \;=\; \Big(\forall x \exists y P\big(x, g(y, f(x))\big) \vee \neg Q(z)\Big) \vee \neg \forall x R(x,y)$$

die äquivalente, bereinigte Pränexform an.

4. Aufgabe: Wiederholen Sie den Ablauf des Algorithmus' zur Erstellung der *Skolemform.* Geben Sie zu

$$F \;=\; \forall x \exists y \forall z \exists w \big(\neg P(a,w) \vee Q(f(x), y)\big)$$

die Skolemform unter Nutzung des Algorithmus' aus der Vorlesung an.

5. Aufgabe: Wir betrachten die folgende Formel.

$$F \;=\; \forall x \exists y \forall z \exists u \big(Q(x,y) \wedge Q(u, f(y,z))\big)$$

(a) Geben Sie dazu die Skolemform unter Nutzung des Algorithmus' aus der Vorlesung an.

(b) Betrachten wir nun die folgende Struktur $\mathcal{A}$ mit

$$\begin{array}{rcl} I_{\mathcal{A}} & = & \mathbb{Q} \\ Q^{\mathcal{A}} & = & \{(x,y) \mid x, y \in I_{\mathcal{A}}, x < y\} \\ f^{\mathcal{A}} & = & \text{Additionsfunktion auf } I_{\mathcal{A}} \quad (f^{\mathcal{A}}(x,y) \;=\; x + y) \end{array}$$

Überzeugen Sie sich davon, dass $\mathcal{A}$ ein Modell von F ist. Geben Sie für diesen Fall geeignete Skolemfunktionen an. Beachten Sie die Abhängigkeiten der Skolemfunktionen voneinander!

(c) Geben Sie für die Skolemform von F ein Modell $\mathcal{B}$ mit $I_{\mathcal{B}} = \mathbb{N}$ an und zeigen Sie, dass $\mathcal{B}$ auch ein Modell von F ist.

6. Aufgabe: Geben Sie zu

$$F \;=\; \forall z \exists y \big(P(x, g(y), z) \lor \neg \forall x Q(x)\big) \land \neg \forall z \exists x \neg R(f(x, z), z)$$

die bereinigte Form, die Pränexform und die Skolemform an.

7. Aufgabe: Geben Sie zu

$$F \;=\; \neg \exists x \big(P(x, z) \lor \forall y Q(x, f(y))\big) \lor \forall y P(g(z, y), z)$$

die bereinigte Form, die Pränexform, die Skolemform und die Darstellung als Klauselmenge an.