Prof. Dr. A. Goerdt
J.Pape-Lange

TU Chemnitz
Wintersemester 2021/2022
08.11.2021

Theorie der Programmiersprachen

4. Übung

1. Aufgabe: Geben Sie für

$$F \;=\; \big\{\{A, B, \neg C\},\ \{\neg A\},\ \{A, B, C\},\ \{A, \neg B\}\big\}$$

die Menge aller Klauseln an, die sich durch Resolution herleiten lassen ($Res^*(F)$), und leiten Sie eine Herleitung der *leeren Klausel* ab.

2. Aufgabe: Sei F eine Klauselmenge mit m Klauseln, in der die Variablen $A_1, \ldots, A_n$ vorkommen. Wie groß ist $|Res^*(F)|$ maximal?

3. Aufgabe: Stellen Sie für

$$F \;=\; \big\{\{B, \neg C\},\ \{\neg A\},\ \{A, C\},\ \{A, \neg B\},\ \{B, C\}\big\}$$

einen *Backtracking-Baum* auf und konstruieren Sie den zugehörigen *Resolutionsbeweis*!

4. Aufgabe: Beweisen Sie mithilfe der *Resolutionsmethode*, dass man die Unerfüllbarkeit einer Formel in 2-KNF in polynomieller Zeit zeigen kann.

5. Aufgabe: Man zeige mittels der Resolutionsmethode:

(a) $H = A \wedge B \wedge C$ ist eine Folgerung aus der Formelmenge

$$F \;=\; \big\{\{\neg A, B\},\ \{\neg B, C\},\ \{A, \neg C\},\ \{A, B, C\}\big\}.$$

(b) Die Formel

$$G \;=\; (\neg B \wedge \neg C \wedge D) \vee (\neg B \wedge \neg D) \vee (C \wedge D) \vee B$$

ist eine Tautologie.

6. Aufgabe: Formulieren Sie folgendes Prinzip als widersprüchliche aussagenlogische Formel und weisen Sie mittels Resolutionsmethode nach, dass die entstehenden Formeln unerfüllbar sind:

> Eine Menge mit N Elementen (N ungerade) lässt sich nicht in disjunkte zweielementige Mengen einteilen.

Hinweis: Verwenden Sie die Variablen $A_{i,j}, i < j$, mit der Bedeutung

$$A_{i,j} \;=\; \begin{cases} 1 & i \text{ und } j \text{ bilden eine zweielementige Menge} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Beispiel: $\{1, 2, 3, 4\}$ lässt sich in $\{1, 2\}$ und $\{3, 4\}$ zerlegen. Die Menge $\{1, 2, 3\}$ lässt sich nicht derart einteilen.