Prof. Dr. A. Goerdt
J.Pape-Lange

TU Chemnitz
Wintersemester 2021/2022
18.10.2021

Theorie der Programmiersprachen

1. Übung

1. Aufgabe: Geben Sie drei Formeln F, G und H an, sodass

- $F \wedge G$, $G \wedge H$ und $H \wedge F$ erfüllbar sind aber
- $F \wedge G \wedge H$ nicht erfüllbar ist.

2. Aufgabe: Beweisen Sie:

(a) Zu jeder Formel F gibt es eine äquivalente Formel G, die nur den Operator NAND enthält.

(b) Zu jeder Formel F gibt es eine äquivalente Formel G, die nur die Operatoren $\neg$ und $\rightarrow$ enthält.

(c) *Nicht* zu jeder Formel F gibt es eine äquivalente Formel G, die nur die Operatoren $\wedge$, $\vee$ und $\rightarrow$ enthält.

3. Aufgabe: Übersetzen Sie folgende aussagenlogische Formel in eine *erfüllbarkeitsäquivalente* Formel in 3-KNF.

$$F = (X \vee \neg Y) \leftrightarrow (Y \wedge Z)$$

4. Aufgabe:

(a) Beschreiben Sie, wie der Davis-Putnam-Algorithmus abgeändert werden muss, um eine wahre Belegung der Eingangsformel auszugeben.

(b) Erweitern Sie den Algorithmus, sodass er alle Lösungen angibt.

(c) Wenden Sie den um die Ausgabe erweiterten Davis-Putnam-Algorithmus mit der Variablenreihenfolge A, B, C auf $(A \vee B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$

5. Aufgabe: Wir wenden den Davis-Putnam-Algorithmus aus der Vorlesung auf die Formel

$$F = (\neg A \vee B \vee C) \wedge (A \vee B \vee C) \wedge (A \vee B \vee \neg C)$$

an. Beschreiben Sie die Inhalte des Laufzeitkellers während der Ausführung des Algorithmus. Beachten Sie dabei die Rücksprungadressen.

6. Aufgabe: Zeigen Sie, dass es zu jeder 2-KNF F mit Variablen $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eine 2-KNF G gibt, sodass

- F genau dann erfüllbar ist, wenn G erfüllbar ist,
- G keine Klauseln der Form $X \vee X$ enthält,
- G nur 2 Klauseln mehr als F enthält,
- G nur 2 Variablen mehr als F enthält und
- F für jede erfüllende Belegung von G auch erfüllt ist.