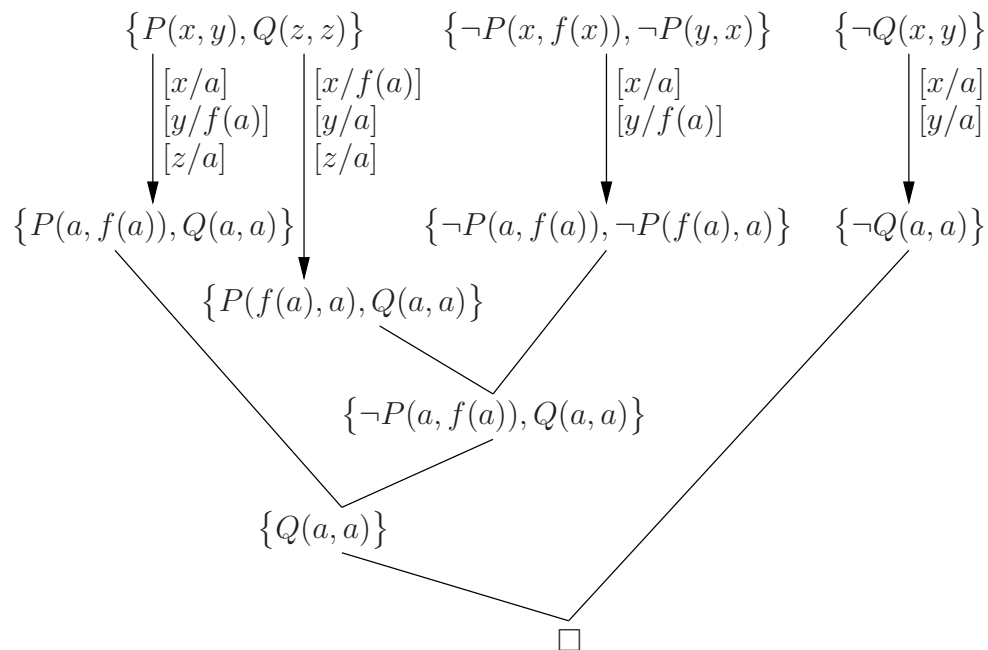


# Theorie der Programmiersprachen

## 9. Übung

**1. Aufgabe:** Wir betrachten den folgenden Grundresolutionsbeweis.



Vollziehen Sie anhand des Beweises des Lifting-Lemmas nach, welcher prädikatenlogische Resolutionsbeweis hieraus entsteht.

**2. Aufgabe:** Bei endlichen aussagenlogischen Klauselmengen  $F$  ist  $Res^*(F)$  immer eine endliche Menge. Man gebe eine endliche prädikatenlogische Klauselmenge  $F$  an, so dass für alle  $n$  gilt:

$$Res^n(F) \neq Res^*(F).$$

**3. Aufgabe:** Man formuliere das folgende Rätsel in der Prädikatenlogik und verwende die Antwortprädikatmethode, um es zu lösen.

*Tom, Mike und John* gehören dem Alpenverein an. Jedes *Mitglied* des Alpenvereins ist entweder *Skifahrer* oder *Bergsteiger* oder beides. Kein *Bergsteiger* liebt den *Regen* und alle *Skifahrer* lieben den *Schnee*. Mike liebt alles, was Tom nicht liebt und umgekehrt. Mike und John lieben den *Schnee*.

Gibt es ein Mitglied des Alpenvereins, das *Bergsteiger* ist und kein *Skifahrer*?  
 Wer ist dies?

4. **Aufgabe:** Wir betrachten folgendes Hornklauselprogramm über

- einem 3-stelligen Prädikatsymbol  $Ad$
- einer Konstanten 0 genannt
- einer einstelligen Funktion  $S$
- Variablen  $x, y, z$ .

$$\begin{aligned} & Ad(0, 0, 0) \\ Ad(s(z), s(x), y) & \leftarrow Ad(z, x, y) \\ Ad(s(z), x, s(y)) & \leftarrow Ad(z, x, y) \end{aligned}$$

In der Interpretation mit Grundmenge der natürlichen Zahlen, „0“ als Null und  $s$  als Addition mit 1 berechnet das Programm  $x + y$  in  $z$ .

- (a) Wir wollen „ $3 + 4$ “ ausrechnen. Dabei steht der Term  $s^n(0)$  für die Zahl  $n$ . Geben Sie die Formel in KNF an, die man dazu zum Widerspruch führt. *Alle* Klauseln und Quantoren.
- (b) Führen Sie die Berechnung (SLD-Resolutionsbeweis) des Programms zur Ermittlung von „ $1 + 1$ “,  $1 = s(0)$  vor. Alle verwendeten Unifikatoren, außerdem Variablenumbenennungen nicht vergessen.
- (c) Betrachten Sie folgende Interpretation:
  - Grundmenge ist wieder die Menge der natürlichen Zahlen
  - die Operation  $s$  ist als die Identität,  $s(x) = x$  definiert
  - „0“ wird als die Zahl 1 aufgefasst
  - $Ad$  steht für die *Multiplikation* der zweiten und dritten Stelle auf der ersten.
  - (i) Warum ist Ihre dem Teil (b) zu Grunde liegende Formel auch in dieser Interpretation *falsch*?
  - (ii) Demonstrieren Sie das durch „Hochgehen im Beweis“ von (b).
  - (iii) Gehen Sie zusätzlich in der ursprünglichen Interpretation im Beweis hoch und zeigen Sie damit, dass die Interpretation kein Modell ist.
    - Geben Sie den einzuschlagenden Weg im Beweis an.
    - Geben Sie für jede Klausel auf dem Weg an, welche natürlichen Zahlen sich für die Variablen und Konstanten der Klausel ergeben.
    - Geben Sie zu jeder Klausel des Weges an, wie sie in der Interpretation zu lesen ist.

**5. Aufgabe:** Das in der Vorlesung vorgestellte Logikprogramm für die Addition kann auch zum Subtrahieren verwendet werden. Wie geht das?

**6. Aufgabe:** Man formuliere ein Logikprogramm für die Addition, das auf der folgenden rekursiven Darstellung beruht:

$$\begin{aligned}x + 0 &= x \\x + y' &= x' + y.\end{aligned}$$

Dabei bezeichnet  $x'$  den Nachfolger von  $x$ . Man berechne, was „ $2 + 3$ “ ist.