Prof. Dr. A. Goerdt
Dr. L. Falke

TU Chemnitz
Wintersemester 2016/2017
02.11.2016

Theorie der Programmiersprachen

2. Übung

1. Aufgabe: Übersetzen Sie folgende aussagenlogische Formel in eine *erfüllbarkeitsäquivalente* Formel in 3-KNF.

$$F = (X \vee \neg Y) \leftrightarrow (Y \wedge Z)$$

2. Aufgabe: Demonstrieren Sie den Lauf des Polynomialzeitalgorithmus für *Hornformeln* anhand der folgenden Formeln.

$$\begin{aligned} F &= (A \to 0) \wedge \big((B \wedge C) \to A\big) \wedge (1 \to B) \wedge (B \to C) \\ G &= (A \to 0) \wedge \big((B \wedge C) \to A\big) \wedge (1 \to C) \end{aligned}$$

Geben Sie eine möglichst gute Laufzeitabschätzung bei Formelgröße m und Variablenzahl n an.

3. Aufgabe: Man gebe eine Formel an, zu der es keine *äquivalente Hornformel* gibt und begründe, warum dies so ist.

4. Aufgabe: Beweisen Sie die folgenden Sachverhalte.

(a) Zu jeder Formel F gibt es eine äquivalente Formel G, die nur die Operatoren $\neg$ und $\to$ enthält.

(b) *Nicht* zu jeder Formel F gibt es eine äquivalente Formel G, die nur die Operatoren $\wedge$, $\vee$ und $\to$ enthält.

5. Aufgabe: Wir betrachten eine *erfüllbare*, *unendliche* Formelmenge $\mathbf{M}$. In keiner der Formeln $F \in \mathbf{M}$ kommt die atomare Formel A_{42} vor. Wir können daher annehmen, dass keines der Modelle $\mathcal{A}_n$ aus der Konstruktion im Beweis des *Endlichkeitssatzes* auf A_{42} definiert ist.

Welcher Wert wird A_{42} dann in der Konstruktion im Beweis zugeordnet?

6. Aufgabe: Sei L eine *beliebige unendliche* Menge von natürlichen Zahlen, dargestellt als Binärzahlen. Beweisen Sie, dass es eine unendliche Folge $w_1, w_2, w_3, \ldots$ von *paarweise verschiedenen* Binärzahlen gibt, so dass w_i Anfangsstück von w_{i+1} und von mindestens einem Element aus L ist. $(i = 1, 2, 3, \ldots)$