

Theorie der Programmiersprachen

10. Übung

1. Aufgabe: Beweisen Sie mittels *Grundresolution* und *prädikatenlogischer Resolution* die Unerfüllbarkeit der folgenden Formel.

$$F = \forall x \forall y \left((\neg P(x) \vee \neg P(f(a)) \vee Q(y)) \wedge P(y) \wedge (\neg P(g(b, x)) \vee \neg Q(b)) \right)$$

Gegeben sei die Herbrandstruktur \mathcal{A} mit

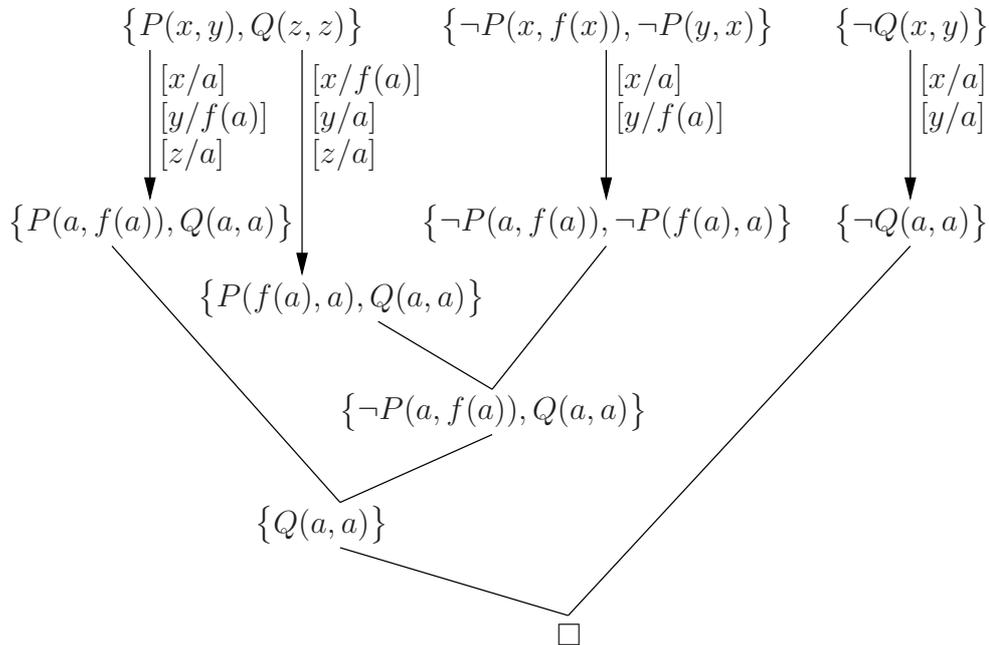
$$\begin{aligned} P^{\mathcal{A}} &= \{x \in D(F) \mid \text{Term } x \text{ enthält das Funktionssymbol } g\} \quad \text{und} \\ Q^{\mathcal{A}} &= \{x \in D(F) \mid x \neq b, x \neq a \text{ (} x \text{ keine Konstante)}\}. \end{aligned}$$

- (a) Zeigen Sie durch „Hochgehen“ im Beweis, dass \mathcal{A} kein Modell für F ist.
- (b) Wiederholen Sie den Zusammenhang zur Herbrandexpansion. Geben Sie $E(F)$ an und zeigen Sie, dass eine endliche Teilmenge von $E(F)$ existiert, die unerfüllbar ist.

2. Aufgabe: Geben Sie (bis auf Variablenumbenennungen) alle prädikatenlogischen Resolventen der beiden Klauseln K_1 und K_2 an.

$$\begin{aligned} K_1 &= \{\neg P(x, y), \neg P(f(a), g(u, b)), Q(x, u)\} \\ K_2 &= \{P(f(x), g(a, b)), \neg Q(f(a), b), \neg Q(a, b)\} \end{aligned}$$

3. Aufgabe: Wir betrachten den folgenden Grundresolutionsbeweis.



Vollziehen Sie anhand des Beweises des Lifting-Lemmas nach, welcher prädikatenlogische Resolutionsbeweis hieraus entsteht.

4. Aufgabe: Bei der *N-Restriktion* der prädikatenlogischen Resolution dürfen zwei Klauseln K_1 und K_2 nur dann resolviert werden, wenn eine der beiden ausschließlich aus *negativen* Prädikaten besteht.

- Zeigen Sie, dass die *N-Restriktion* der prädikatenlogischen Resolution vollständig ist.
- Geben Sie eine *N-Resolution* für die Formel aus Aufgabe 3 an.

5. Aufgabe: Vollziehen Sie den Beweis der Vollständigkeit der *linearen Resolution* aus der Vorlesung nach.

6. Aufgabe: Bei endlichen aussagenlogischen Klauselmengen F ist $Res^*(F)$ immer eine endliche Menge. Man gebe eine endliche prädikatenlogische Klauselmenge F an, so dass für alle n gilt:

$$Res^n(F) \neq Res^*(F).$$